



جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم
والتعليم الفني
الإدارة المركزية لشئون الكتب

الرياضيات

تأليف

أ - عمر فؤاد جاب الله

د. عصام وصفى روفائيل

أ. سيرافيم الياس اسكندر

أد. عفاف أبو الفتوح صالح

أ. محمود ياسر الخطيب

مراجعة

أ / فتحي أحمد شحاته

أ / سمير محمد سعداوي

مراجعة علمية

مستشار الرياضيات

تحرير واخراج مركز تطوير المناهج

غير مصرح بتداول هذا الكتاب خارج وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني

طبعة : ٢٠١٩ - ٢٠٢٠ م

الصف الثانى الإعدادى

الفصل الدراسى الثانى

كتاب الطالب

بسم الله الرحمن الرحيم

أبناءنا الأعزاء

يسعدنا أن نقدم لكم كتاب الرياضيات للصف الثانى الإعدادى، وقد راعينا أن نجعل من دراستك للرياضيات عملاً ممتعاً ومفيداً له تطبيقاته فى حياتك العملية وفى دراستك للمواد الدراسية الأخرى، حتى تشعر بأهمية دراسة الرياضيات وقيمتها، وتقدر دور علمائها، وقد اهتم هذا الكتاب بالأنشطة كعنصر أساسى، كما حاولنا تقديم المادة العلمية بطريقة مبسطة تساعدك على تكوين المعرفة الرياضية وفى نفس الوقت تساعدك على اكتساب أساليب تفكير سليمة تدفعك إلى الإبداع.

وقد روعى فى هذا الكتاب تقسيمه إلى وحدات دراسية، وتقسيم كل وحدة إلى دروس، كما وظفنا الصور والألوان، لتوضيح المفاهيم الرياضية وخواص الأشكال، مع مراعاة المحصول اللغوى لك وما سبق أن درستَه فى الصفوف السابقة، كما راعينا فى مواطن كثيرة تدريبك على أن تصل للمعلومات بنفسك، لتنمية مهارة التعلم الذاتى لديك، كما تم توظيف الآلة الحاسبة والحاسب الآلى كلما كان ذلك مناسباً داخل المحتوى.

وفى الجزء الخاص بالأنشطة والتدريبات :

يوجد تمارين على كل درس، وتمرين عامة على الوحدة، ونشاط خاص بالوحدة، واختبار فى نهاية كل وحدة، وفى نهاية الفصل الدراسى يوجد نماذج امتحانات تساعدك على مراجعة المقرر كاملاً.

نرجو أن نكون قد وفقنا فى إنجاز هذا العمل

لما فيه الخير لك ولمصرنا العزيزة.

المؤلفون

المحتويات

الوحدة الأولى: التحليل

- الدرس الأول: تحليل المقدار الثلاثي ٢
- الدرس الثاني: المقدار الثلاثي على صورة المربع الكامل ٦
- الدرس الثالث: تحليل الفرق بين مربعين ٩
- الدرس الرابع: تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما ١١
- الدرس الخامس: التحليل بالتقسيم ١٣
- الدرس السادس: التحليل بإكمال المربع ١٥
- الدرس السابع: حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبرياً ١٧

الوحدة الثانية: القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح

- الدرس الأول: القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح ٢١
- الدرس الثاني: قوانين القوى الصحيحة غير السالبة في ح ٢٣
- الدرس الثالث: قوانين القوى الصحيحة السالبة في ح ٢٥
- الدرس الرابع: العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة ٢٧

الوحدة الثالثة: الاحتمال

- الدرس الأول: الاحتمال ٢١

الوحدة الرابعة: المساحات

- الدرس الأول: تساوي مساحتي متوازيين أضلاع ٣٨
- الدرس الثاني: تساوي مساحتي مثلثين ٤٣
- الدرس الثالث: مساحات بعض الأشكال الهندسية ٤٨

الوحدة الخامسة: التشابه وعكس فيثاغورث وإقليدس

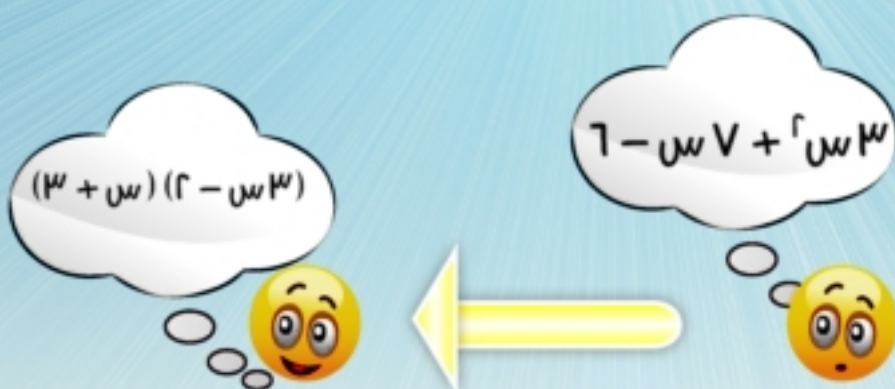
- الدرس الأول: التشابه ٥٣
- الدرس الثاني: عكس نظرية فيثاغورث ٥٦
- الدرس الثالث: المساقط ٥٧
- الدرس الرابع: نظرية إقليدس ٦٠
- الدرس الخامس: التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزاويه ٦٢

الأنشطة والتدريبات

الرموز الرياضية المستخدمة

ط	مجموعة الأعداد الطبيعية	$\perp$	عمودي على
ص	مجموعة الأعداد الصحيحة	$//$	يوازي
ن	مجموعة الأعداد النسبية	$\overline{ab}$	القطعة المستقيمة ab
ن	مجموعة الأعداد غير النسبية	$\overleftarrow{ab}$	الشعاع ab
ع	مجموعة الأعداد الحقيقية	$\overleftrightarrow{ab}$	المستقيم ab
$\sqrt[n]{}$	الجذر التربيعي للعدد a	$\angle (l)$	قياس زاوية l
$\sqrt[n]{}$	الجذر التكعيبي للعدد a	$\sim$	تشابه
$[a, b]$	فترة مغلقة	$<$	أكبر من
$[a, b[$	فترة مفتوحة	$\leq$	أكبر من أو تساوي
$[a, b]$	فترة نصف مفتوحة (مغلقة)	$>$	أقل من
$[a, b]$	فترة نصف مفتوحة (مغلقة)	$\geq$	أقل من أو تساوي
$[a, \infty]$	فترة غير محدودة	$P(A)$	احتمال وقوع الحدث A
$\equiv$	تطابق		

التحليل



$\begin{array}{cc} 2- & 3x \\ & \swarrow \searrow \\ 3 & x \end{array}$	$\begin{array}{cc} 2 & 3x \\ & \swarrow \searrow \\ 3x- & x \end{array}$	$\begin{array}{cc} 1- & 3x \\ & \swarrow \searrow \\ 6 & x \end{array}$	$\begin{array}{cc} 1 & 3x \\ & \swarrow \searrow \\ 6- & x \end{array}$
$3x = 2$	$3x - 2 =$	$3x = 1$	$3x - 1 =$
$=$	$\neq$	$\neq$	$\neq$
$3x$	$3x$	$3x$	$3x$

تحليل المقدار الثلاثي

فكر وناقش

سبق أن تعلمت أن:

تحليل أي عدد صحيح معناه تحويله إلى حاصل ضرب عاملين أو أكثر
مثلاً: $12 = 4 \times 3$ أو $12 = 3 \times 4$ أو $12 = 2 \times 6$ ، ...

سبق أن درسنا التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى (ع.م.أ)

مثلاً: $6س^2 - 9س^3 = 3س^2(2 - 3س)$



حلل بإخراج ع.م.أ:

٢ | (أ - ب) - ب (ب - أ)

١ | ٢س (٣ + م) - ٤ص (٣ + م)

الحل

أ. ع.م.أ = ٢ (٣ + م)

∴ المقدار = ٢ (٣ + م) (س - ٢ص)

ب. المقدار = (أ - ب) - ب (ب - أ)

ع.م.أ = (أ - ب)

∴ المقدار = (أ - ب) (ب + أ)

نعلم أن: (٣ + س) (٤ + س) = س (٤ + س) + ٣ (٤ + س)

= س٢ + ٤س + ٣س + ١٢

= س٢ + ٧س + ١٢

= س٢ + ٧س + ١٢

يسمى المقدار (س٢ + ٧س + ١٢) مقداراً ثلاثياً.

سوف تتعلم

تد معنى تحليل مقدار جبري.

تد تحليل المقدار الثلاثي.

مصطلحات أساسية

تد تحليل.

تد مقدار جبري.

تد مقدار ثلاثي.



المجموع	حاصل الضرب ١٢
١٣	١٢×١
١٣-	$١٢- \times ١-$
٨	٦×٢
٨-	$٦- \times ٢-$
٧	٤×٣
٧-	$٤- \times ٣-$

من خلال خطوات الضرب السابقة وباستخدام خواص عملية الضرب هل تستطيع تحليل المقدار $(س^٢ + ٧س + ١٢)$ إلى عاملين؟
أولاً: س^٢ تحلل إلى س × س

ثانياً: نحاول البحث عن عددين حاصل ضربهما ١٢ ومجموعهما ٧ وهما ٣، ٤
 $س^٢ + ٧س + ١٢ = (س + ٣)(س + ٤)$

 **فكر وناقش :**

- ١ أوجد عددين حاصل ضربهما ٢٠ ومجموعهما ٩
 ٢ أوجد عددين حاصل ضربهما ١٢ ومجموعهما ٨
 ٣ أوجد عددين حاصل ضربهما ٢٤ ومجموعهما ٥
 ٤ أوجد عددين حاصل ضربهما ١٥ ومجموعهما ١٤

أولاً: تحليل المقدار الثلاثي على صورة $س^٢ + ب س + جـ$

- يحلل هذا المقدار إلى عاملين.
 ○ الحد الأول في كل منهما س .
 ○ الحدان الآخران هما عددان حاصل ضربهما جـ ومجموعهما ب .

 **أمثلة**

٢ **حلل المقدار: $س^٢ - ٥س - ٦$**

الحل

نبحث عن عددين حاصل ضربهما -٦ ومجموعهما -٥ وهما ١، -٦
 $س^٢ - ٥س - ٦ = (س + ١)(س - ٦)$

١ **حلل المقدار: $س^٢ - ٥س + ٦$**

الحل

نبحث عن عددين حاصل ضربهما ٦ ومجموعهما -٥ وهما ٢، -٣
 $س^٢ - ٥س + ٦ = (س - ٢)(س - ٣)$



٣ حلّ المقدار: $٣ص - ٤٨ - ١٨ص$

الحل

- ١ يجب ترتيب حدود المقدار حسب قوى ص تنازلياً، فيكون المقدار $٣ص + ١٨ص - ٤٨$
 - ٢ نلاحظ وجود عامل مشترك بين حدود المقدار وهو ٣، فيكون المقدار $٣(ص + ٦ص - ١٦)$
 - ٣ نبحث عن عددين حاصل ضربهما -١٦ ومجموعهما ٦ وهما $٨، -٢$
- ∴ المقدار $٣(ص - ٢)(ص + ٨)$

٤ حلّ المقدار: $٤م - ٦م^٢ + ٥ن$

الحل

- ١ م^٢ تحلل إلى $م \times م$
 - ٢ نبحث عن عددين حاصل ضربهما $(٥ن)$ ومجموعهما $(-٦م)$ وهما $-٥ن$ ، $-٢م$
- المقدار $=(م - ٢)(٥ن - ٦م)$

ثانيًا: تحليل المقدار الثلاثي على صورة $٢س + ب س + جـ$ عندما $١ \neq ١$

$$(٣س - ٢) (٤ + ٥س) = ١٠س^٢ + (٨س - ١٥س) + (-١٢)$$

$٤ \times ٣ = ١٢$ حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين حاصل ضرب $٥س \times ٢$

نعلم أن:

$$١٢س - ٢ = (٤ + ٥س) (٣س - ٢) = ١٠س^٢ - ٧س - ١٢$$

وبالعكس لتحليل المقدار الثلاثي $١٠س^٢ - ٧س - ١٢$ نجرى عدة محاولات

للوصول إلى التحليل الصحيح، ويمكن الاستعانة بالشكل المقابل.

الحد الأوسط $٢س \times (٣س - ٢) + ٤ \times ٥س$

$$= ٧س - ١٢$$

$$∴ ١٠س^٢ - ٧س - ١٢ = (٣س - ٢)(٤ + ٥س)$$

مثال ١ حلّ المقدار $٣س^٢ + ٧س - ٦$



الحل

نلاحظ أن $٣س^٢ = ٣س \times س$ بينما $(٦-)$ تحلل إلى $١ \times (٦-)$ أو $٢ \times (٣-)$ أو $٣ \times (٢-)$ ونلاحظ المحاولات الآتية للوصول إلى الحل الصحيح:



الوحدة الأولى الدرس الأول



شكل (٤)



شكل (٣)



شكل (٢)



شكل (١)

في شكل (١): $3س + (-٦)س = ١٧س \neq$ الحد الأوسط.

في شكل (٢): $3س + ٦س = ١٧س = (-١)س \neq$ الحد الأوسط.

في شكل (٣): $3س + (-٣)س = ٧س \neq$ الحد الأوسط.

في شكل (٤): $3س + ٣س = ٧س = (-٢)س =$ الحد الأوسط.

$$\therefore 3س + ٣س = ٧س - ٦س = (٣ + ٣)س$$

مثال ٢



حلّ المقدار $١٥س - ٢١ع - ٦س$

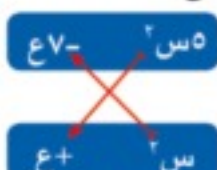
الحل

١ المقدار بعد ترتيبه، هو: $١٥س - ٦س - ٢١ع$ نلاحظ وجود ٣ عامل مشترك أعلى.

$\therefore$ المقدار $٣(٥س - ٢س - ٧ع)$.

٢ $\therefore$ الحد الثالث سالبًا. $\therefore$ إشارتنا عاملي العدد $٧ع$ مختلفتان.

$\therefore$ المقدار $٣(٥س - ٢س - ٧ع)$



مثال (٣)



حلّ المقدار $٦م + ٢ن - ٧م$

الحل

المقدار $٦م + ٢ن - ٧م = ٢ن - م$

$= (٢ - ١)ن = ٢ن - م$

لاحظ أن: يمكن التحقق من صحة الحل بضرب القوسين بمجرد النظر للحصول على المقدار الأصلي قبل التحليل.



تحليل المقدار الثلاثي على صورة المربع الكامل

فكر وناقش

سبق ان تعلمت ان:

$$٩ + ١٢س + ٤س^٢ = (٣ + س)^٢$$

$$٥ص + ٧س + ٤س^٢ = (٥ + ٧س)^٢$$

$$١٠ل + ٢٥م + ٤م^٢ = (٥م + ١٠ل)^٢$$

تسمى كلٌّ من المقادير $٩ + ١٢س + ٤س^٢$ ، $٥ص + ٧س + ٤س^٢$ ، $١٠ل + ٢٥م + ٤م^٢$ **مربعاً كاملاً**

ونلاحظ أن

١ كلاً من الحدين الأول والثالث مربع كامل.

٢ الحد الأوسط $\pm ٢ \times$ الجذر التربيعي للحد الأول $\times$ الجذر التربيعي للحد الثالث ويكون تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل على الصورة:

المقدار الثلاثي المربع الكامل =

$$\sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{الحد الثالث}} \sqrt{\text{الحد الأوسط}}$$

مثلاً: $٩س^٢ + ٣٠س + ٢٥ = (\sqrt{٩س^٢} + \sqrt{٢٥})^٢ = (٣س + ٥)^٢$

$٤ل + ١٤ل + ٢٥م = (\sqrt{٤ل} + \sqrt{٢٥م})^٢ = (٢ل + ٥م)^٢$

لاحظ:

١ إخراج العامل المشترك الأعلى بين حدود المقدار إن وجد.

٢ ترتيب حدود المقدار تنازلياً حسب قوى أحد الرموز.

سوف تتعلم

تحليل المقدار الثلاثي على صورة المربع الكامل.

مصطلحات أساسية

مربع كامل.



مثال ١



بين أيًا من المقادير الآتية يكون مربعًا كاملاً، ثم حلّ المقدار الذي على صورة مربع كامل:

أ $٢٥س^٢ - ٣٠س + ٩$ ب $٤م^٢ + ٤م - ٤$ ج $٤٩أ^٢ + ٧٠أب + ٢٥ب^٢$

الحل

أ $٢٥س^٢ = (٥س)^٢$ ، $٩ = (٣)^٢$ كل من الحدين الأول والثالث مربع كامل

$$٢ \times ٥س \times ٣ = ٣٠س = \text{الحد الأوسط}$$

∴ المقدار $٢٥س^٢ - ٣٠س + ٩$ مربع كامل ويكون المقدار $= (٥س - ٣)^٢$

ب المقدار $٤م^٢ + ٤م - ٤$ ليس مربعًا كاملاً لأن الحد الثالث سالب.

ج الحد الأول $٤٩أ^٢ = (٧أ)^٢$ مربع كامل ، الحد الثالث $٢٥ب^٢ = (٥ب)^٢$ مربع كامل

$$٢ \times ٧أ \times ٥ب = ٧٠أب = \text{الحد الأوسط}$$

∴ المقدار $٤٩أ^٢ + ٧٠أب + ٢٥ب^٢$ مربع كامل، ويكون المقدار $= (٧أ + ٥ب)^٢$

مثال ٢



أكمل الحد الناقص في كل من المقادير الآتية ليكون المقدار مربعًا كاملاً ثم حلّ المقدار.

أ $٤ص^٢ + ... + ١٢١$ ب $٢٥أ^٢ - ٣٠أب + ...$

الحل

أ الحد الأوسط $\pm ٢ \sqrt{\text{الحد الأول} \times \text{الحد الثالث}} = \pm ٢ \sqrt{٤ص^٢ \times ١٢١} = \pm ٤٤ص$

∴ المقدار $٤ص^٢ \pm ٤٤ص + ١٢١$ ويكون المقدار $= (٢ص \pm ١١)^٢$

ب $٢٥أ^٢ = (٥أ)^٢$

الحد الأوسط $= ٣٠أب = ٥أ \times ٢ \times \text{الجذر التربيعي للحد الثالث}$

الجذر التربيعي للحد الثالث $= \frac{٣٠أب}{٥ \times ٢} = ٣ب$

الحد الثالث $= (٣ب)^٢ = ٩ب^٢$

∴ المقدار $٢٥أ^٢ - ٣٠أب + ٩ب^٢$ ويكون المقدار $= (٥أ - ٣ب)^٢$



مثال ٣



استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة: $^2(2, 7) + 2, 7 \times 7, 3 \times 2 + ^2(7, 3)$

الحل

نلاحظ أن المقدار المعطى على صورة مقدار ثلاثي مربع كامل، ولذلك يمكن كتابته بالصورة

$$\text{المقدار} = ^2(2, 7 + 7, 3) = ^2(10) = 100$$

مثال ٤



حل كل من المقادير الآتية:

$$\text{أ} \quad 5س + 2س50 + 125س \quad \text{ب} \quad 40ب^2 - 150ب - 8ب^2 \quad \text{ج} \quad 2ص + 24ص + 2ص6$$

الحل

أ بإخراج ع.م.أ

$$\therefore \text{المقدار} = 5س = (س + 5)س = 5س + 25س$$

وبترتيب المقدار حسب قوى التنازلية

$$\text{ب} \quad \text{المقدار} = 2(20ب^2 - 125ب - 8ب^2)$$

$$= 2(-8ب^2 + 20ب - 125ب)$$

$$= 2(-10ب + 20ب)$$

ج) المقدار = $6ص + (4ص + 2ص + 2ص)$ وبترتيب المقدار حسب قوى س التنازلية

$$= 6ص + (2ص + 4ص + 4ص)$$

$$= 6ص + (2ص + 2ص)$$



سوف تتعلم

تحليل الفرق بين مربعين.

مصطلحات أساسية

الفرق بين مربعين.

سبق أن تعلمت أن:

$$(س + ص)(س - ص) = س^2 - ص^2$$

يسمى المقدار $س^2 - ص^2$ فرقاً بين مربعين

الفرق بين مربعين = مجموع الكميّتين $\times$ الفرق بينهما.

$$س^2 - ص^2 = (س + ص)(س - ص)$$

مثال ١



حلّ كلّاً من المقدّير الآتية:

ب $١ - (٣ - ص)^2$

أ $٢٥ - س^2$

د $(س + ص)^2 - (س - ص)^2$

ج $٢٧م^2 - ٤٨ن^3$

الحل

أ $٢٥ - س^2 = (٥ + ص)(٥ - ص)$

ب $١ - (٣ - ص)^2 = [١ + (٣ - ص)][١ - (٣ - ص)]$

$= (٤ - ص)(٢ - ص)$

$= ٢(١ - ص) \times ٢(٢ - ص) = ٤(١ - ص)(٢ - ص)$

ج $٢٧م^2 - ٤٨ن^3 = ٣م(٩م - ١٦ن^3)$

$= ٣م(٤ن^3 + ٣م)(٣م - ٤ن^3)$

د $(س + ص)^2 - (س - ص)^2 = [(س + ص) + (س - ص)][(س + ص) - (س - ص)]$

$= ٢س \times ٢ص$

$= ٤س ص$



أمثلة



٢ استخدم التحليل لتسهيل إيجاد قيمة كل من:

أ $^2(763) - ^2(237)$ ب $1 - ^2(999)$

الحل

أ المقدار $= (237 + 763)(237 - 763) = 526 \times 1000 = 526000$

ب المقدار $= (1 + 999)(1 - 999) = 998 \times 1000 = 998000$

٣ حلل المقدار ٨١س - ١٦ص

الحل

$$٨١س - ١٦ص = (٩س + ٤ص)(٩س - ٤ص)$$

$$= (٩س + ٤ص)(٣س - ٢ص)$$

٤ استخدم التحليل في إيجاد ناتج المقدار:

$$^2(23, 82) \times 2 - ^2(26, 18) \times 2$$

الحل

$$\text{المقدار} = [^2(23, 82) - ^2(26, 18)] \times 2$$

$$= (23, 82 + 26, 18)(23, 82 - 26, 18) \times 2 =$$

$$= (50)(2, 36) \times 2 =$$

$$= 236 = 2, 36 \times 100 =$$



تحليل مجموع المكعبين والفرق بينهما

فكر وناقش

سوف نتعلم

- تحليل مجموع المكعبين .
- تحليل الفرق بين مكعبين .

مصطلحات أساسية

- مجموع مكعبين .
- الفرق بين مكعبين .



تحليل مجموع المكعبين

سأل المعلم الطالب: هل نستطيع تحليل س³ + ص³؟

فكر الطالب وأجاب: أتوقع أن يكون أحد العاملين (س + ص)

قال المعلم: هل يمكنك معرفة العامل الآخر في س³ + ص³؟

أجاب الطالب: لمعرفة العامل الآخر في س³ + ص³

نقسم (س³ + ص³) ÷ (س + ص) باستخدام القسمة المطولة السابق دراستها.

ويكون خارج القسمة س² - سص + ص²

المقدار س³ + ص³ يسمى مجموع مكعبين ويحلل كالآتي:

$$س³ + ص³ = (س + ص)(س² - سص + ص²)$$

مثلاً:

$$س³ + ص³ = (س + ص)(س² - سص + ص²) = (س + ص)(س² - س \times ٣ + ٣²) = (س + ص)(س² - ٣س + ٩)$$

تحليل الفرق بين المكعبين

المقدار س³ - ص³ يسمى فرقاً بين مكعبين، ويمكن استنتاج تحليله:

$$س³ - ص³ = (س - ص)(س² + سص + ص²)$$

$$س³ - ص³ = (س - ص)(س² + سص + ص²)$$

$$\therefore س³ - ص³ = (س - ص)(س² + سص + ص²)$$



مثلاً: $١٢٥ - ٢|١٥ = ٦ - ٢|٥ = ٢(٢) - ٢(١٥) =$
 $(٢ - ١٥) (٢ - ١٥) = ٢|٢٥ + ٢|٥ + ٢|٥ + ٢|٥ =$

أمثلة



١ حل كل من المقادير الآتية:

أ $٢|٣٤٣ + ٢|ص$ ب $٢|٤٠ + ٢|٣٥$
 ج $(٢|ص + ٢|ع) - ٢|ص$ د $٢|ص - ٢|٦٤$

الحل

أ $٢|٣٤٣ + ٢|ص = (٢|ص) + (٢|ص٧) =$
 $(٢|ص + ٢|ص٧) (٢|ص + ٢|ص٧) =$
 ب $٢|٤٠ + ٢|٣٥ = ٢|٨ + ٢|٧ = ٢|٨ + ٢|٧ =$
 $(٢|٨ + ٢|٧) (٢|٨ + ٢|٧) =$
 ج $(٢|ص + ٢|ع) - ٢|ص = (٢|ص + ٢|ع) - (٢|ص) =$
 $(٢|ص + ٢|ع) - (٢|ص) =$
 د $٢|ص - ٢|٦٤ =$

نلاحظ أن هذا المقدار يمكن تحليله كفرق بين مربعين، ويمكن تحليله كفرق بين مكعبين، ويجب تحليله أولاً كفرق بين مربعين، ثم تحليل كل من العاملين الناتجين.

س $٢|٦٤ - ٢|٨ = (٢|٨ + ٢|ص) (٢|٨ - ٢|ص) =$
 $(٢|٨ + ٢|ص) (٢|٨ - ٢|ص) =$
 إذا كان س $٢|٨ - ٢|ص = ٢٠$ ، س $٢|٨ - ٢|ص = ٢٠$ ، س $٢|٨ - ٢|ص = ٢٠$ ، أوجد قيمة س $٢|٨ - ٢|ص = ٢٠$

الحل

س $٢|٨ - ٢|ص = ٢٠$ $\therefore (٢|٨ - ٢|ص) (٢|٨ + ٢|ص) = ٢٠$
 لكن س $٢|٨ - ٢|ص = ٢٠$ $\therefore (٢|٨ - ٢|ص) (٢|٨ + ٢|ص) = ٢٠$
 س $٢|٨ - ٢|ص = ٢٠$ $\therefore (٢|٨ - ٢|ص) (٢|٨ + ٢|ص) = ٢٠$
 $٢٨٠ = ٢٨ \times ١٠ =$



التحليل بالتقسيم.

مصطلحات أساسية

التحليل بالتقسيم.

لتحليل مقدار جبري مكون من أكثر من ثلاثة حدود مثل:

$$2س + اص + 2ب + ص$$

نلاحظ عدم وجود عامل مشترك بين جميع حدوده، وأنه ليس على إحدى الصور السابقة، ولذلك نحاول تقسيمه إلى مجموعات بين كل منها عامل مشترك.

$$\text{المقدار } 2س + اص + 2ب + ص \text{ نم تقسيم المقدار إلى مجموعتين}$$

$$= (2س + اص) + (2ب + ص) \text{ أخرجنا ع.م.أ من كل مجموعة}$$

$$= (2س + اص)(ب + 1) \text{ أخرجنا (2س + اص) ع.م.أ للمجموعتين}$$

لاحظ أن:

يمكن إجراء التقسيم بطريقة أخرى كما يلي:

$$\text{المقدار } 2س + اص + 2ب + ص \text{ خاصية الإبدال}$$

$$= (2س + اص) + (2ب + ص)$$

$$= (2س + اص)(ب + 1)$$

مثال (١)



حلل كلًا من المقادير الآتية:

$$\text{أ } 2س + 2س - 2س - 2س$$

$$\text{ب } 16س - 16ب + 16س - 16ب$$

الحل

$$\text{المقدار } 2س + 2س - 2س - 2س$$

$$= 2س(2س - 2س) - 2س(2س - 2س)$$



∴ المقدار = $(س + ٢)(١ - س)$

$$(س + ٢)(١ + س)(١ - س) =$$

ب نلاحظ عدم وجود علاقة بين الحد الأول وباقي الحدود؛ ولذا يمكن تقسيمها كالآتي:

$$\text{المقدار} = ١٦س^٢ - (١٦أب + ٩ب^٢)$$

$$= ١٦س^٢ - (١٦ب - ٣ب^٢)$$

$$= [٤س + (١٦ب - ٣ب^٢)] [٤س - (١٦ب - ٣ب^٢)] = (٤س + ١ - ٣ب)(٤س - ١ + ٣ب)$$

$$\text{ج المقدار} = (١ - س^٢ + ٤سص + ٤ص^٢)$$

$$= ١ - (س + ٢ص)^٢$$

$$= (١ - س - ٢ص)(١ + س + ٢ص)$$

مثال (٢)



(٢) حلل كلاً مما يأتي تحليلًا كاملاً:

$$\text{أ} س(ع - ص) + ل(ص - ع)$$

$$\text{ب} س^٢ - س + ١$$

الحل

$$\text{أ المقدار} = س(ع - ص) - ل(ع - ص)$$

$$= (ع - ص)(س - ل)$$

$$\text{ب المقدار} = (س^٢ - س) + (١ - س)$$

$$= س(س - ١) + (١ - س)$$

$$= (س - ١)(س + ١)$$

حل آخر:

$$\text{المقدار} = (س^٢ - ١) - (س - س^٢)$$

$$= (س - ١)(س + ١) - (س - س^٢)$$

$$= (س - ١)(س + ١ + س - س^٢)$$

$$= (س - ١)(١ + س)$$



سوف تتعلم

التحليل بإكمال المربع.

مصطلحات أساسية

إكمال المربع.

سبق أن تعلمت أن:

المربع الكامل يكون على الصورة $a^2 \pm 2ab + b^2$ ويحلل بالصورة $(a \pm b)^2$ وتوجد بعض المقادير لا تكون على صورة مربع كامل، يمكن إكمال المقدار ليكون مربعاً كاملاً.

مثال ١



حلل المقدار: $s^2 + 4s + 4$

الحل

هذا المقدار لا نستطيع تحليله بما سبق دراسته من طرق التحليل، ولكي نحصل

على مربع كامل يجب إضافة الحد $2 \times \sqrt{s} \times \sqrt{4} = 4s$ أي $s^2 + 4s + 4$

المقدار $= s^2 + 4s + 4 = (s + 2)^2$

$= (s^2 + 4s + 4) - (s^2 + 4s + 4) + (s + 2)^2$

$= [(s^2 + 4s + 4) - (s^2 + 4s + 4) + (s + 2)^2]$

$= (s + 2)^2$

مثال ٢



حلل المقدار: $a^2 - 13a + 4$

الحل

المقدار $= (a^2 - 13a + 4) - (a^2 - 13a + 4) + (a + 2)^2$ ليكون مربعاً كاملاً يجب أن يكون:

الحد الأوسط $= 2 \times a \times 2 = 4a$



$$\begin{aligned}
 \text{المقدار} &= (13)^2 - 2(12)(2) + (2)^2 - (13)^2 - 2(12)(2) + (2)^2 \\
 &= (13)^2 - 2(12)(2) + (2)^2 - (13)^2 - 2(12)(2) + (2)^2 \\
 &= (13 + 2 - 12)(13 - 2 - 12) = (3 - 2)(13 - 10) = (1)(3) = 3
 \end{aligned}$$

حل آخر

نلاحظ أن المقدار $13^2 - 2(12)(2) + 2^2$ يمكن تحليله كمقدار ثلاثي.

$$\begin{aligned}
 \text{المقدار} &= (13 - 2)(13 - 2 + 2) = (11)(13) = 143
 \end{aligned}$$

وهو نفس التحليل السابق مع استخدام خاصية الإبدال.

مثال (٣)



أوجد قيمة ك إذا كان $164 - 122 + ك$ مربع كامل.

الحل

$$(1) \quad 164 - 122 + ك \text{ مربع كامل}$$

$$\therefore \text{المقدار} = (18 - \sqrt{ك})^2$$

$$(2) \quad 164 - 122 + ك = 116 - 122 + \sqrt{ك} + ك$$

من (١)، (٢)

$$122 = 116 + \sqrt{ك} + ك$$

بقسمة الطرفين على ١١٦

$$\therefore 2 = 1 + \sqrt{\frac{ك}{116}} + \frac{ك}{116}$$

بتربيع الطرفين

$$\therefore 4 = 1 + \frac{ك}{116} + \frac{ك}{116}$$



حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبريا

فكر وناقش

سوف تتعلم

حل معادلة من الدرجة الثانية
في متغير واحد.

مصطلحات أساسية

معادلة من الدرجة الثانية في
متغير واحد.
جذور المعادلة.
حل معادلة.

سبق أن تعلمت أن:

إذا كان a ، b عددين حقيقيين وكان $a \times b = \text{صفر}$ فإن:
 $a = \text{صفر}$ أو $b = \text{صفر}$

مثلاً: إذا كان $(s - 5)(s + 2) = 0$ (١)

فإن: $s - 5 = 0$ أو $s + 2 = 0$

∴ $s = 5$ أو $s = -2$.

لاحظ أن:

١ كلاً من $s = 5$ ، $s = -2$ يسمى جذراً للمعادلة (١)

٢ مجموعة حل المعادلة هي $\{5, -2\}$

مثال ١



أوجد مجموعة الحل للمعادلة $s^2 - 5s - 3 = 0$ في ح

الحل

بتحليل الطرف الأيمن، تكون المعادلة بالصورة الآتية:

$$0 = (s + 2)(s - 3)$$

$$s + 2 = 0 \text{ أو } s - 3 = 0$$

$$s = -2 \text{ أو } s = 3$$

$$s = -\frac{1}{2} \text{ أو } s = 3$$

∴ مجموعة الحل هي $\{3, -\frac{1}{2}\}$



بضرب طرفي المعادلة في س

$$س^2 - ١ = س$$

$$س^2 - س - ١ = ٠$$

$$٠ = (س + ١) (س - ١)$$

$$٠ = س + ١ \quad \text{أو} \quad ٠ = س - ١$$

$$س = -١ \quad \text{أو} \quad س = ١$$

$$١ = س \quad \text{أو} \quad \frac{١}{س} = س$$

التحقق:

ضعف العدد ٢

المعكوس الضربي = ١

التحقق:

ضعف العدد = ١-

المعكوس الضربي = -٢

واضح أنه في الحالتين ضعف العدد يزيد عن المعكوس الضربي بمقدار ١

مثال ٤



مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٤ سم فإذا كانت مساحته ٢١ سم^٢ فأوجد بعديه .

الحل

نفرض أن عرض المستطيل = س سم

∴ الطول = (س + ٤) سم

$$٢١ = س(س + ٤)$$

$$٠ = س^2 + ٤س - ٢١$$

$$٠ = (س - ٣)(س + ٧)$$

$$٠ = س - ٣ \quad \text{أو} \quad ٠ = س + ٧$$

$$س = ٣ \quad \text{أو} \quad س = -٧$$

∴ عرض المستطيل = ٣ سم ، طوله = ٣ + ٤ = ٧ سم

التحقق: مساحة المستطيل = ٣ × ٧ = ٢١ سم^٢

س + ٤



س

(وهو مرفوض لأنه سالب)



الوحدة الثانية

٢

القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح

الدرس الأول : القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح.

الدرس الثانى : قوانين القوى الصحيحة غير السالبة فى ح.

الدرس الثالث : قوانين القوى الصحيحة السالبة فى ح.

الدرس الرابع : العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة.



الوحدة الثانية

الدرس الأول

القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح

فكر وناقش

سوف تتعلم

☆ مفهوم القوى الصحيحة

غير السالبة والسالبة.

مصطلحات أساسية

☆ ح* مجموعة الأعداد

الحقيقية ما عدا الصفر .

☆ قوى صحيحة غير سالبة

في ح.

☆ قوى صحيحة سالبة في ح.

☆ معادلة أسية في ح.

أولاً: القوى الصحيحة غير السالبة:

سبق أن درست القوى الصحيحة في مجموعة الأعداد النسبية ن: لاحظ أن:

$$1 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \quad 2 \quad \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

إذا كان $a \in \mathbb{N}$ ، $n \in \mathbb{N}^+$ فإن $| \times \dots \times | \times | \times | = a^n$ حيث a مكرر كعامل n من المرات.

أمثلة

$$1 \quad 2^4 = (2^2)^2 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2$$

$$2 \quad 4^3 = (2^2)^3 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2$$

$$3 \quad 5^2 = (5^1)^2 = 5^1 \times 5^1 \times 5^1 \times 5^1$$

إذا كان $a \in \mathbb{N}^+$ فإن $1^a = 1$

$$\text{فمثلاً: } 1^{\text{صفر}} = (1^{\text{صفر}})^{\text{صفر}} = 1^{\text{صفر}} \quad , \quad 1^{\text{صفر}} = (1^{\text{صفر}})^{\text{صفر}} = 1^{\text{صفر}}$$

ثانياً: القوى الصحيحة السالبة

فكر وناقش

$$1 = 0^0 = 0^{-2} \times 0^2 = 0^2 \times 0^2 = 0^4$$

فيكون: $0^2 \times 0^2 = 0^4 = 1$ حيث $0 \neq 0$ ، $0 \neq 0$



فان $\frac{1}{\gamma} = \gamma$

$$\frac{1}{2} = 0.5$$
$$\sqrt{r} \sqrt{r} = r \quad (\sqrt{r} \sqrt{r}) = \frac{1}{\frac{1}{(\sqrt{r} \sqrt{r})}} \quad , \quad \frac{1}{q} = \frac{1}{\frac{1}{(\sqrt{r} \sqrt{r})}} = \frac{1}{1} (\sqrt{r} \sqrt{r})$$


إذا كانت $s = 3$ ، $\sqrt{2} = \text{ص}$ ، فأوجد في أبسط صورة قيمة كل من:

(١) $s^{-2} \text{ص}^{-4}$ (٢) $(s^{-2} \times \text{ص}^{-4})^{-2}$ (٣) $\left(\frac{s}{\text{ص}}\right)^{-3}$



١ إذا كان $s = \frac{\sqrt{3}V}{2}$ ، $v = \frac{1}{\sqrt{3}V}$ ، $c = \frac{\sqrt{3}V}{2}$. **فأوجد قيمة:** $s^2 + (s \cdot c)^2 + v^2$

الحل

المقدار = س^٢ + ع^٢ ص^٢ = س^٢ (١ + ع^٢ ص^٢)

$$\frac{V}{\Lambda} = \frac{V}{\eta} \times \frac{\eta}{\xi} = \left[\frac{1}{r} \times \frac{\eta}{\xi} + 1 \right] \times \frac{\eta}{\xi} = \left[r \left(\frac{1}{r\sqrt{V}} \right) \times r \left(\frac{\sqrt{V}}{r} \right) + 1 \right] \times r \left(\frac{\sqrt{V}}{r} \right) =$$

قاعدة هامة:

إذا كان $a = 1$ فإن $m = n$ لكل $a \in \{1, 0, -1\}$

فمثلاً: إذا كان $\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2}$ فإن $\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2}$ $\therefore 3 = 3$

إذا كان $a = b$ فإن $a = b$ لكل $n \in \mathbb{N}$ ، $\{1, 2, 3, \dots\}$ ، $\{2, 3, 4, \dots\}$

فمثلاً: $\frac{1}{32} = \text{س}^\circ$ فإن $\text{س}^\circ (\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$

٢ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية في ح:

$$0 + \pi(\sqrt[3]{r}) = \pi - \pi(r) \quad \text{b} \qquad \frac{120}{25} = \pi + \pi\left(\frac{r}{5}\right) \quad \text{c}$$

الحل

$$r_+ \left(\frac{r}{r_0} \right) = r_+ \omega \left(\frac{r}{r_0} \right) \therefore \quad r \left(\frac{r}{r_0} \right) = r_+ \omega \left(\frac{r}{r_0} \right) \therefore \quad \frac{120}{25} = r_+ \omega \left(\frac{r}{r_0} \right) \quad |$$

∴ $s = 3 - 2 = 1$ ∴ $s = 0$ فتكون مجموعة الحل هي $\{0\}$

$$e^{s_1}(\sqrt{r}V) = e^{s_2}(\sqrt{r}V) \therefore e^{s_1}(\sqrt{r}V) = e^{(s_2-s_1)}[e^{s_1}(\sqrt{r}V)] \therefore$$

$$\therefore 11 = \text{س} \quad \therefore 0 + \text{س} = 6 - \text{س}^2$$

مجموعة الحل هي $\{11\}$

قوانين القوى الصحيحة غير السالبة في ح

فكر وناقش

أولاً:

$$(\sqrt[n]{a})^m = (\sqrt[n]{a})^m \times (\sqrt[n]{a})^n = \sqrt[n]{a^{m+n}} \quad \text{ماذا تلاحظ؟}$$

إذا كان $a \in \mathbb{H}^+$ ، m, n عددين صحيحين غير سالبين
فإن: $a^m \times a^n = a^{m+n}$

تعميم:

إذا كان $a \in \mathbb{H}^+$ ، $m, n, \dots$ ل أعداداً صحيحة غير سالبة
فإن: $a^m \times a^n \times \dots = a^{m+n+\dots}$

$$\text{من القانون السابق نجد أن: } (\sqrt[n]{a})^m = (\sqrt[n]{a})^m \times (\sqrt[n]{a})^n = \sqrt[n]{a^{m+n}} \quad \text{ماذا تلاحظ؟}$$

ثانياً:

إذا كان $a \in \mathbb{H}^+$ ، m, n عددين صحيحين غير سالبين $m \leq n$
فإن: $a^m \div a^n = a^{m-n}$

$$\text{من القانون السابق نجد أن: } (\sqrt[n]{a})^m \div (\sqrt[n]{a})^n = (\sqrt[n]{a})^{m-n} \quad \text{ماذا تلاحظ؟}$$

$$(\sqrt[n]{a})^m \times (\sqrt[n]{a})^n = (\sqrt[n]{a})^{m+n} \quad \text{ثالثاً:}$$

إذا كان $a, b \in \mathbb{H}^+$ ، m, n عدداً صحيحاً غير سالب
فإن: $(ab)^m = a^m \times b^m$

تعميم:

إذا كان $a, b, c, \dots$ ، $m, n, \dots$ عدداً صحيحاً غير سالب
فإن: $(a \times b \times c \times \dots)^m = a^m \times b^m \times c^m \times \dots$

سوف تتعلم

- ☆ قوانين القوى الصحيحة غير السالبة في ح.
- ☆ حل المسائل على القوى الصحيحة غير السالبة في ح.

مصطلحات أساسية

- ☆ قوى صحيحة غير سالبة.
- ☆ مجموعة الأعداد الحقيقية ح.



الوحدة الثانية

الدرس الثالث

قوانين القوى الصحيحة السالبة في ح

فكر وناقش

تعميم قوانين الأسس

إذا كان $a, b \in \mathbb{R}^+$ ، $m, n \in \mathbb{Z}$ فإن:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

سوف تتعلم

☆ تعميم قوانين القوى

الصحيحة غير السالبة

والسالبة في ح.

مصطلحات أساسية

☆ قوى صحيحة سالبة.

☆ مجموعة الأعداد الحقيقية ح

ملاحظات:

١ إذا كان $a \in \mathbb{R}^+$ ، $m, n \in \mathbb{Z}$ فإن $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ كل منهما معكوس ضربي

للآخر، $a^{-n} \times a^n = 1$ مثال: $1 = 10^{-3} \times 10^3 = 10^0$

٢ إذا كان $a, b \in \mathbb{R}^+$ ، $m, n \in \mathbb{Z}$ فإن $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

مثال: $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$ ، حيث: $1 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{3}{2}\right)^3 = 1$

أمثلة

١ أوجد في أبسط صورة قيمة كل من:

$$\frac{4 \times 10^{-2}}{10^{-3}}$$

$$10^{-4} \left(\frac{3}{2}\right)^3$$

$$10^{-1} (0.5)^3$$

الحل

$$10^{-1} (0.5)^3 = \frac{10^{-1} \times 0.5^3}{1} = \frac{10^{-1} \times \frac{1}{8}}{1} = \frac{10^{-1}}{8} = \frac{1}{80}$$

$$7 = \frac{4 \times 3}{2} = \frac{4 \times 10^{-2}}{10^{-3}}$$

$$\frac{4}{9} = 10^{-4} \left(\frac{3}{2}\right)^3 = 10^{-4} \times \frac{27}{8} = \frac{27}{80000}$$



الوحدة الثانية الدرس الرابع

العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة

فكر وناقش

أولاً: أوجد في أبسط صورة ناتج كل مما يأتي:

$$\frac{(\sqrt[3]{27})}{\sqrt[3]{2}} - \frac{\sqrt[3]{2}^3}{\sqrt[3]{2}} \quad (2) \quad \sqrt[3]{9} \div \frac{1}{(\sqrt[3]{2})} \quad (1)$$

سبق أن درسنا أن:

(حيث كل من ب، د ≠ ٠)

$$\frac{\frac{ا}{ب}}{\frac{ج}{د}} = \frac{ا}{ب} \times \frac{د}{ج}$$

(حيث كل من ب، ج، د ≠ ٠)

$$\frac{\frac{ا}{ب}}{\frac{ج}{د}} = \frac{ا}{ب} \div \frac{ج}{د}$$

(حيث كل من ب، د ≠ ٠)

$$\frac{ا + ب}{د} = \frac{ا}{د} + \frac{ب}{د}$$

(حيث كل من ب، د ≠ ٠)

$$\frac{ا - ب}{د} = \frac{ا}{د} - \frac{ب}{د}$$

سوف تتعلم

☆ إجراء العمليات

(÷ ، × ، - ، +)

على القوى الصحيحة.

مصطلحات أساسية

☆ قوى صحيحة غير سالبة.

☆ قوى صحيحة سالبة.

☆ ترتيب العمليات.

ثانياً: باستخدام الحساب العقلي أوجد: $4 + 5 \times 3 \div 6 - 2 \times 3$

وللتحقق من ذلك استخدم الآلة الحاسبة .

عند إجراء العمليات الحسابية يراعى ترتيب العمليات الآتية:

١ إجراء العمليات داخل الأقواس الداخلية ثم الخارجية إن وجدت.

٢ حساب قوى الأعداد.

٣ إجراء عمليات الضرب أو القسمة من اليمين إلى اليسار.

٤ إجراء عمليات الجمع أو الطرح من اليمين إلى اليسار.

وهذا هو نفس الترتيب المستخدم في الآلات الحاسبة.



1



$$1-7 \div 7-7 \times 7-7 \quad 1$$

الحل

$$\begin{aligned} 2 \times 3 \times 4 \times 5 &= 2 \times 3 \times 4 \times 5 \\ 2 \times 3 \times 4 \times 5 &= 2 \times 3 \times 4 \times 5 \\ 2 \times 3 \times 4 \times 5 &= 2 \times 3 \times 4 \times 5 \end{aligned}$$

ابدأ

أبدأ $\rightarrow 2 \times (-3) \times 3 \times (-2) \div 6 \times (-4) =$

$$r(\sqrt{r}V)r + r(\sqrt{o}V) \div o(\sqrt{o}V) = \sqrt{r}V \times \sqrt{r}Vr + \sqrt{o}V o \div o(\sqrt{o}V)$$

$$11 = 7 + 0 = 7 + {}^r(\overline{0}V) = r \times r + {}^{r-0}(\overline{0}V) =$$

٢ إذا كان: $\frac{1}{3} = \frac{s_3 \times s_8}{1 + s_{12}}$ فأوجد قيمة s

الحل

$$\frac{1}{3} = \frac{{}^3P_2 \times {}^3P_3}{1 + ({}^3P_2 \times {}^3P_3)}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{{}^3P_2 \times {}^3P_3}{{}^{2+3}P_2 \times {}^{1+3}P_3}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2-5-3}{3} \times \frac{1-5-3}{3}$$

$$\frac{1}{r} = r^{-1} = r^{-1} \times r^0$$

$$\frac{1}{r} = r^{-1} \times \frac{1}{r}$$

$$1 = 2 - 5 + 2$$

$$i = r - \frac{1}{2}r$$

س-۲ =

۲۰۰۰ء سے

٣ إذا كان $\sqrt[3]{V} = 1$ ، $\sqrt[3]{V} = 3$ فأوجد القيمة العددية لكل من:

$$\text{أ} \quad \frac{1 - \sqrt[3]{V}}{1 + \sqrt[3]{V}} \quad \text{ب} \quad \frac{\sqrt[3]{V} + 1}{\sqrt[3]{V} - 1}$$

الحل

$$\text{أ} \quad \frac{(1 - \sqrt[3]{V})(1 + \sqrt[3]{V})}{1 + \sqrt[3]{V}} = \frac{1 - \sqrt[3]{V}}{1 + \sqrt[3]{V}}$$

$$1 = 3 - 3 = 3(\sqrt[3]{V}) - 3(\sqrt[3]{V}) = 1 - \sqrt[3]{V}$$

$$\text{ب} \quad \frac{\sqrt[3]{V} + 1}{\sqrt[3]{V} - 1} = \frac{(1 - \sqrt[3]{V})(1 + \sqrt[3]{V})}{1 - \sqrt[3]{V}} = \frac{1 - \sqrt[3]{V}}{1 - \sqrt[3]{V}} \quad (\text{ب} \neq 1)$$

$$\sqrt[3]{V} - 0 = 3 + \sqrt[3]{V} - 3 = 3(\sqrt[3]{V}) + 3\sqrt[3]{V} - 3(\sqrt[3]{V}) =$$

٤ أوجد قيمة س في كل مما يأتي:

$$\text{أ} \quad 27 = \left(\frac{1}{3}\right)^{1-s} \quad \text{ب} \quad 1 = 3^{2-s}$$

الحل

$$\text{أ} \quad 27 = \left(\frac{1}{3}\right)^{1-s} \quad \therefore 3^3 = 3^{-(1-s)}$$

$$\therefore 3 = 3^{-1+s}$$

$$\therefore 3 = 3^{-1+s}$$

$$\therefore -1 + s = 3$$

$$\text{ب} \quad 1 = 3^{2-s}$$

$$\therefore 1 = 3^{2-s}$$

$$\therefore 0 = 3 - s$$

$$\therefore 3 = s$$

$$\therefore s = \frac{3}{2}$$



الاحتمال



الوحدة الثالثة

الدرس الأول

الاحتمال

فكر وناقش

سوف تتعلم

- ☞ معنى الاستدلال الإحصائي.
- ☞ مفهوم العينة.
- ☞ التجربة العشوائية.
- ☞ مصادر العينة.
- ☞ الحدث.
- ☞ مفهوم الاحتمال.
- ☞ التنبؤ.

مصطلحات أساسية

- ☞ عينة.
- ☞ تجربة عشوائية.
- ☞ مصادر العينة.
- ☞ حدث.
- ☞ احتمال.
- ☞ تنبؤ.

سبق أن عرفت بعض الإجراءات والأساليب الإحصائية التي تستخدم في جمع وتنظيم البيانات التي تخص ظاهرة معينة، وكيفية عرض هذه البيانات في صورة جدولية باستخدام جداول التوزيع التكراري، والتوزيع التكراري المتجمع (صاعد - نازل)، ثم عرض هذه البيانات في صورة رسوم بيانية (مدرج تكراري - مضلع تكراري - منحنى تكراري ...) أو غيرها من وسائل العرض البياني.

كما أمكنك التعبير عن هذه البيانات بصورة موجزة بإيجاد الوسط الحسابي أو الوسيط أو المنوال لها، بهدف القيام بعملية استدلال إحصائي واتخاذ القرارات المناسبة.

الاستدلال الإحصائي:

هيا نفكر



قبل الشروع في إنشاء مصنع أو مشروع استثماري نقوم بدراسة جدوى اقتصادية للمشروع.

وعند مراقبة جودة الإنتاج لأحد المصانع تبين أن ٢٪ من إنتاج إحدى الآلات لا يطابق مواصفات الجودة المحددة (إنتاج معيب) مامعنى ذلك؟

تعد دراسة الجدوى لمشروع هي عملية تنبؤ بأحداث مستقبلية لنجاح المشروع وتحقيق أهدافه، لذلك نقوم



بفرض فروض معينة عن موقع المشروع وتوافر مستلزمات التشغيل - حجم العمالة - منافذ تسويق المنتج ثم اختبار صحة هذه الفروض لاتخاذ القرارات المناسبة نحو إنشاء المشروع.

كما أن ٢٪ من إنتاج إحدى الآلات غير مطابق للمواصفات المحددة، لايعنى أن لكل ١٠٠ وحدة منتجة للآلة سنجد وحدتين معيبتين في كل الأحوال، بل قد نجد وحدة واحدة معيبة أو ربما ثلاث أو أربع وحدات معيبة، أو لا نجد أى وحدة معيبة على الإطلاق. ولهذا فإن نسبة ٢٪ هي متوسط الوحدات المعيبة عند فحص عدد كبير من العينات التي حجم كل منها ١٠٠ وحدة، وهو مايعبر عنه باحتمال أن تنتج الآلة وحدة معيبة هو ٠,٠٢.

لهذا نجد أن:

الاستدلال الإحصائي يقوم على فكرة اختيار عينة من المجتمع الذي تمثله، ونجري البحث على العينة، وما نحصل عليه من نتائج يتم تعميمه على المجتمع بأكمله، أى نستدل على وجود النتائج في المجتمع من خلال وجودها في العينة المأخوذة منه.

فكر



ما أنواع العينات؟ كيف يتم اختيار عينة عشوائية؟ كيف يتم اختيار عينة منتظمة؟ لماذا نستخدم العينات؟

مفهوم العينة

العينة هي جزء صغير من مجتمع كبير، تشبه المجتمع وتمثله وتختار بطريقة عشوائية، وتستخدم لتسهيل جمع البيانات عن المجتمع محل الدراسة، والتي تكون أقرب إلى الواقع، ويمكن اتخاذ القرارات في ضوء نتائج دراسة هذه العينات، ومن ثم يمكن تعميم هذه النتائج على المجتمع كله.

وتستخدم الاحتمالات في عملية اتخاذ قرار من مجموعة القرارات المتاحة، والخاصة بالمشكلة (الظاهرة) محل الدراسة في ظل عدم التأكد أو في مواجهة معلومات غير كاملة.

الاحتمال

سبق أن تعرفت على الاحتمال التجريبي والنظري، ويعتمد الاحتمال التجريبي على إجراء التجارب عملياً وتسجل النتائج ويحسب فيها الاحتمال بالعلاقة.

$$\text{احتمال حدوث نتيجة معينة} = \frac{\text{عدد مرات تكرار هذه النتيجة}}{\text{عدد جميع تكرارات النواتج الممكنة}}$$



وكلما زاد عدد التجارب اقتربت قيمة الاحتمال التجريبي من الاحتمال النظري ويكون:
العدد المتوقع لحدوث نواتج معينة = احتمال حدوثها × العدد الكلي للمفردات المعطاة.
 ويقوم الاحتمال النظري على مبدأ تكافؤ الفرص أو تساوى الإمكانيات فمثلاً عند:



- ١ إلقاء قطعة نقود منتظمة ، وملاحظة الوجه الظاهر: تكون فرصة ظهور الصورة ص تساوى فرصة ظهور الكتابة ك.
- ٢ إلقاء حجر نرد منتظم ، وملاحظة العدد الذى يظهر على الوجه العلوى: تكون فرصة ظهور كل وجه متساوية.
- ٣ سحب كرة من كيس به مجموعة كرات ملونة لها نفس الحجم ، ونفس العدد لكل لون، تكون فرصة سحب الكرة متساوية.
- ٤ سحب بطاقة من مجموعة بطاقات متماثلة ، وملاحظة ما كتب عليها ... إلخ.

هى تجربة نستطيع معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها،
 ولكن لايمكن تحديد الناتج الذى سيحدث فعلاً.

التجربة العشوائية

هو مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية،
 وعدد عناصرها ن (ف)

فضاء العينة ف

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة فإذا كان أ حدث فى ف فإن أ ⊂ ف،
 وعدد عناصره ن (أ) وهو عدد فرص وقوع الحدث أ

الحدث

فيكون: احتمال وقوع أى حدث أ ⊂ ف، ويرمز له بالرمز ل (أ)
حيث:

$$ل (أ) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث (أ)}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{ن (أ)}{ن (ف)}$$

$$ن (أ) \geq 1 \Rightarrow ن (ف) \geq 1 \quad \text{لاحظ أن:} \quad \therefore \frac{ن (أ)}{ن (ف)} \geq 1$$

$$ن (أ) \geq 1 \Rightarrow ن (ف) \geq 1 \quad \therefore \frac{ن (أ)}{ن (ف)} \geq 1$$

$$ن (أ) \geq 1 \Rightarrow ن (ف) \geq 1 \quad \therefore \frac{ن (أ)}{ن (ف)} \geq 1$$



مثال (١)



مجموعة بطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٤ خلطت جيدًا فإذا سحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًا، احسب احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل:

٤	٣	٢	١
٨	٧	٦	٥
١٢	١١	١٠	٩
١٦	١٥	١٤	١٣
٢٠	١٩	١٨	١٧
٢٤	٢٣	٢٢	٢١

- أ عددًا مضاعفًا للعدد ٤ ب عددًا مضاعفًا للعدد ٦
ج عددًا مضاعفًا للعدد ٤ و ٦ معًا د عددًا مضاعفًا للعدد ٤ أو ٦
هـ عددًا يقبل القسمة على ٢٥ و عددًا صحيحًا موجبًا أقل من ٢٥

الحل

مجموعة فضاء النواتج = {١، ٢، ٣، ...، ٢٤}

ن (ف) = ٢٤

ب حدث ظهور عدد مضاعف للعدد ٦

ب = {٦، ١٢، ١٨، ٢٤} ، ن (ب) = ٤

$$ل (ب) = \frac{ن (ب)}{ن (ف)} = \frac{٤}{٢٤} = \frac{١}{٦}$$

أ بفرض أن حدث ظهور عدد مضاعف للعدد ٤

∴ أ = {٤، ٨، ١٢، ١٦، ٢٠، ٢٤}

ن (أ) = ٦

$$ل (أ) = \frac{ن (أ)}{ن (ف)} = \frac{٦}{٢٤} = \frac{١}{٤}$$

د حدث ظهور عدد مضاعف للعدد ٤ أو ٦

د = {٤، ٨، ١٢، ١٦، ٢٠، ٢٤، ١٨}

ن (د) = ٨

$$ل (د) = \frac{ن (د)}{ن (ف)} = \frac{٨}{٢٤} = \frac{١}{٣}$$

ج حدث ظهور عدد مضاعف للعدد ٤، ٦ معًا.

ج = {١٢، ٢٤} ، ن (ج) = ٢

$$ل (ج) = \frac{ن (ج)}{ن (ف)} = \frac{٢}{٢٤} = \frac{١}{١٢}$$

و س حدث ظهور عدد موجب أقل من ٢٥

وهو حدث أكيد لماذا؟

س = {١، ٢، ٣، ...، ٢٤}

∴ ن (س) = ٢٤ = ن (ف)

$$ل (س) = \frac{ن (س)}{ن (ف)} = \frac{٢٤}{٢٤} = ١$$

هـ ه حدث أن يكون العدد يقبل القسمة على ٢٥

وهو حدث مستحيل، لماذا؟

هـ = ∅ ، ن (هـ) = صفر.

∴ ل (هـ) = صفر.

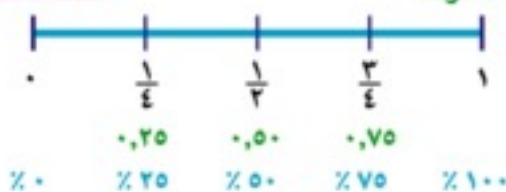
في المثال السابق لاحظ أن:

- الحدث المستحيل (∅): هو حدث لا يمكن وقوعه.
- الحدث المؤكد (ف): هو الحدث الذي له كل النواتج الممكنة. احتمال الحدث المؤكد = ١



حدث مستحيل

حدث مؤكد



ويمكن توضيح ذلك بالرسم المقابل
حيث $l(1) \in [0, 1]$ كما يمكن كتابة الاحتمال
في صورة كسر عشري أو صورة نسبة مئوية.

مثال (٢)



في دراسة لاستطلاع رأى أجرته إحدى شركات إنتاج مسحوق الغسيل على مجموعة مكونة من ٣٠٠ سيدة تستخدم هذا النوع لمعرفة آرائهن في وزن العبوة المفضل لهن، كانت النتائج كالتالي:

الوزن بالجرام	١٢٥	٢٥٠	٣٧٥	٥٠٠	المجموع
عدد السيدات	١٢٠	٤٥	٩٦	٣٩	٣٠٠

أولاً: إذا تم اختيار إحدى السيدات عشوائياً، ما احتمال أن يكون الوزن المفضل لديها:

أ ١٢٥ جم ب ٢٥٠ جم ج ٣٧٥ جم د ٥٠٠ جم

ثانياً: بماذا تنصح مدير الشركة بناء على هذه الدراسة:

الحل

أولاً

- أ احتمال أن تفضل السيدة وزن ١٢٥ جم $= \frac{120}{300} = \frac{40}{100} = \frac{2}{5} = 0,4 = 40\%$
- ب احتمال أن تفضل السيدة وزن ٢٥٠ جم $= \frac{45}{300} = \frac{15}{100} = \frac{3}{20} = 0,15 = 15\%$
- ج احتمال أن تفضل السيدة وزن ٣٧٥ جم $= \frac{96}{300} = \frac{32}{100} = \frac{8}{25} = 0,32 = 32\%$
- د احتمال أن تفضل السيدة وزن ٥٠٠ جم $= \frac{39}{300} = \frac{13}{100} = 0,13 = 13\%$

لاحظ أن:

١ يمكن كتابة الاحتمال على صورة نسبة مئوية أو كسر عشري أو كسر عادي

فإذا كان الاحتمال $\frac{2}{5}$ فمثلاً فيكون الاحتمال $\frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 40\%$

ثانياً: اكتب نصائحك لمدير الشركة، وناقش زملاءك، واحفظ التقرير بكراسة الفصل.



مثال (٣)



وجدت شركة تأمين على الحياة أن من بين عينة تشمل ١٠٠٠٠ رجل بين سن ٤٠ وسن ٥٠ عامًا، بلغت حالات الوفاة ٦٧ حالة خلال عام واحد.

- أ ما احتمال أن يتوفى رجل بين سن ٤٠ وسن ٥٠ خلال عام واحد؟
- ب لماذا تهتم شركات التأمين بهذه النتائج؟
- ج إذا قامت الشركة بالتأمين على ٥٠٠٠٠ رجل بين سن ٤٠، سن ٥٠ فما عدد حالات استحقاق وثيقة التأمين خلال عام واحد؟

الحل

- أ احتمال الوفاة $= \frac{67}{10000} = 0,0067$
- ب تهتم شركات التأمين بالاحتمال التجريبي لتحديد قسط التأمين.
- ج عدد حالات الوفاة المتوقعة خلال عام = العدد الكلي للمؤمن عليهم $\times$ احتمال الوفاة
 $335 = 0,0067 \times 50000 =$

مثال (٤)

مدرسة بها ٣٢٠ تلميذاً وتلميذة إذا كان احتمال أن يكون التلميذ المثالي ولدًا هو ٠,٦ فأوجد عدد بنات المدرسة؟

الحل

- إذا كان احتمال أن يكون التلميذ المثالي ولدًا $= 0,6$
- فإن احتمال أن يكون التلميذ المثالي بنتًا $= 0,4$
- ∴ عدد بنات المدرسة $= 320 \times \frac{4}{10} = 128$



المساحات



تساوي مساحتي متوازي أضلاع

فكر وناقش

فى ضوء معلوماتك عن متوازي الأضلاع أجب عما ياتى:

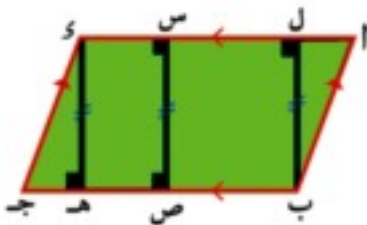
- 1. ما تعريف متوازي الأضلاع؟
- 2. ما خواص متوازي الأضلاع؟
- 3. هل البعد بين كل مستقيمين متوازيين ثابت؟ وضح إجابتك بأمثلة حياتية.
- 4. هل المستطيل والمعين والمربع حالات خاصة من متوازي الأضلاع؟ ولماذا؟

ارتفاع متوازي الأضلاع:



فى الشكل المقابل: $\overline{أب}$ و $\overline{جـ د}$ متوازي أضلاع
إذا اعتبرنا $\overline{ب جـ}$ قاعدة له وكان $\overline{ك هـ} \perp \overline{ب جـ}$
فيكون:

$\overline{طول ك هـ}$ ارتفاع مناظر للقاعدة $\overline{ب جـ}$
وإذا اعتبرنا $\overline{أ ب}$ قاعدة لمتوازي الأضلاع،
وكان $\overline{ك و} \perp \overline{أ ب}$ فيكون:
 $\overline{طول ك و}$ ارتفاع مناظر للقاعدة $\overline{أ ب}$



لاحظ أن: ارتفاع متوازي الأضلاع المناظر
للقاعدة $\overline{ب جـ}$ يكون مساويًا لطول $\overline{ك هـ}$
حيث:

$$ك هـ = س ص = ب ل \quad \text{لماذا؟}$$

سوف تتعلم

- 1. متى تتساوى مساحتا متوازي أضلاع.
- 2. متى تتساوى مساحة متوازي أضلاع ومساحة مستطيل.
- 3. كيفية إيجاد مساحة متوازي الأضلاع.
- 4. العلاقة بين مساحة متوازي الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.
- 5. كيفية إيجاد مساحة مثلث.

مصطلحات أساسية

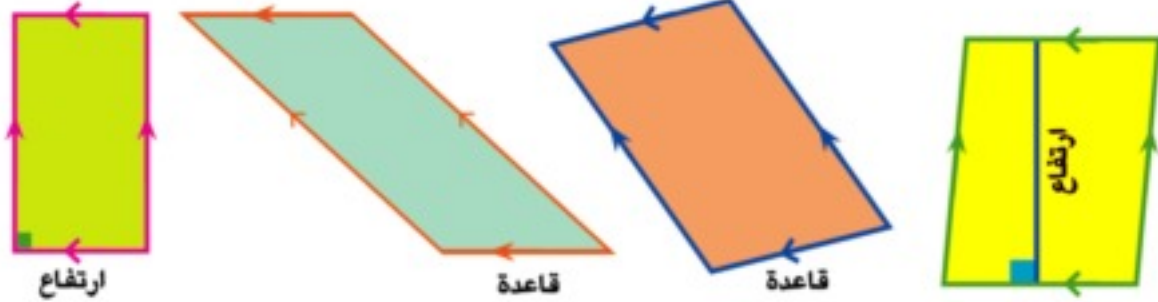
- 1. مساحة.
- 2. متوازي أضلاع.
- 3. مستطيل.
- 4. مثلث.
- 5. قاعدة.
- 6. ارتفاع.
- 7. مستقيمان متوازيان.





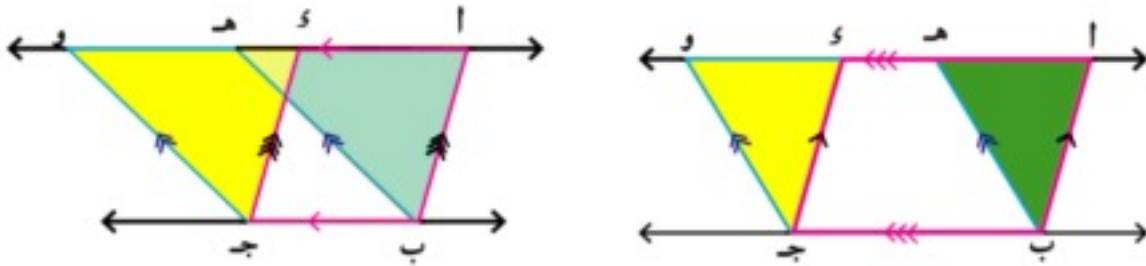
تدرب

حدّد القاعدة والارتفاع المناظر لها لكلّ من متوازيات الأضلاع التالية:



نظرية ١

سطحا متوازي الأضلاع المشتركين في القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان في المساحة.



المعطيات: $AB \parallel CD$ ، $AD \parallel BC$ متوازي أضلاع، AC قاعدة مشتركة لهما، $AB \parallel CD$ أو $AD \parallel BC$

المطلوب: إثبات أن مساحة $\triangle ABC$ = مساحة $\triangle ADC$ هـ ب ج و

البرهان: $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ هـ ب ج و صورة $\triangle ABC$ هـ ب ج و

$\triangle ABC \cong \triangle ADC$ هـ ب ج و لأن الانتقال تساوي قياسي

$\therefore$ مساحة الشكل $ABCD$ - مساحة $\triangle ABC$ = مساحة $\triangle ADC$ هـ ب ج و

مساحة الشكل $ABCD$ - مساحة $\triangle ABC$ هـ ب ج و

$\therefore$ مساحة $\triangle ABC$ = مساحة $\triangle ADC$ هـ ب ج و

وهو المطلوب



هيا نفكر



فى الشكل المقابل:

أب ج د متوازي أضلاع، $أه \perp ب ج$

إذا كان $و \perp ب ج$ فإن:

$\triangle و ج د$ صورة $\triangle أ ب هـ$

بانتقال مسافة $أ و$ فى اتجاه $أ و$

ما العلاقة بين مساحة $\square أ ب ج د$ ، ومساحة المستطيل $أه و$ ؟

نتائج

نتيجة ١

مساحة متوازي الأضلاع تساوى مساحة المستطيل المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.



لاحظ أن:

مساحة المستطيل = الطول $\times$ العرض

مساحة المستطيل $أه و = هـ و \times أه = ب ج \times أه$ لماذا؟

فتكون مساحة متوازي الأضلاع $أ ب ج د = ب ج \times أه$

نتيجة ٢

مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة $\times$ الارتفاع



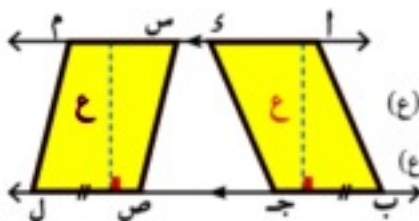
لاحظ أن:

البعد بين مستقيمين متوازيين ثابت فإذا كان $ب ج = ص ل$

فإن: مساحة $\square أ ب ج د = ب ج \times$ البعد بين المستقيمين المتوازيين (ع)

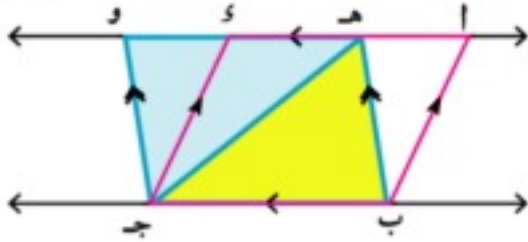
مساحة $\square س ص ل م = ص ل \times$ البعد بين المستقيمين المتوازيين (ع)

ماذا تستنتج؟



نتيجة ٣

متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدها التي على أحد هذين المستقيمين متساوية في الطول تكون مساحاتها متساوية.



هيا نفكر

في الشكل المقابل: ب ج // أ و ،
ا ب ج د ، هـ ب ج و متوازي أضلاع
هـ ج قطر في متوازي الأضلاع هـ ب ج و

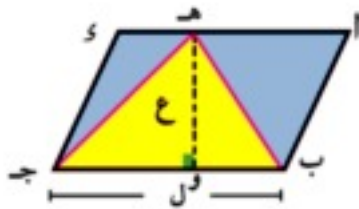
$$\therefore \text{مساحة } \triangle \text{ هـ ب ج} = \frac{1}{2} \text{ مساحة } \square \text{ هـ ب ج و}$$

$$\therefore \text{مساحة } \square \text{ هـ ب ج و} = \text{مساحة } \square \text{ هـ ب ج و}$$

$$\therefore \text{مساحة } \triangle \text{ هـ ب ج} = \frac{1}{2} \text{ مساحة } \square \text{ ا ب ج د}$$

نتيجة ٤

مساحة المثلث تساوي نصف مساحة متوازي الأضلاع المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة؟



هيا نفكر

في الشكل المقابل:

ا ب ج د متوازي أضلاع

$$\text{مساحة } \triangle \text{ هـ ب ج} = \frac{1}{2} \text{ مساحة } \square \text{ ا ب ج د}$$

$$\frac{1}{2} \times \text{ل} \times \text{ع} =$$

نتيجة ٥

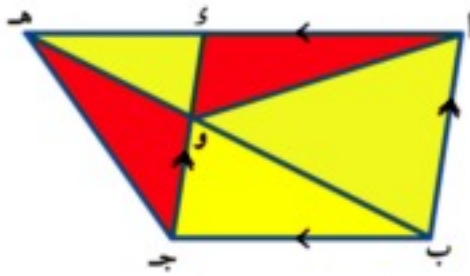
مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول قاعدته $\times$ ارتفاعه



لاحظ أن:

- ١ ارتفاع المثلث هو طول القطعة العمودية المرسومة من رأس المثلث إلى الضلع المقابل لها.
- ٢ المستقيمان التي تحمل القطع المستقيمة العمودية المرسومة من رؤوس المثلث إلى الأضلاع المقابلة لها تتقاطعان في نقطة واحدة.





مثال



في الشكل المقابل:

AB و CD متوازي أضلاع، $AE \parallel$

BE $\cap$ CD = E

برهن أن: مساحة $\triangle ABE$ = مساحة $\triangle CDE$

الحل

المعطيات: AB و CD متوازي أضلاع، BE $\cap$ CD = E

المطلوب: إثبات أن مساحة $\triangle ABE$ = مساحة $\triangle CDE$

البرهان: $\therefore$ مساحة $\triangle ABE$ = مساحة $\triangle CDE$

(١) $\therefore$ مساحة $\triangle ABE$ + مساحة $\triangle BCE$ = مساحة $\triangle ABE$ + مساحة $\triangle CDE$

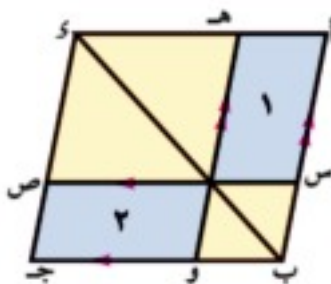
$\therefore$ مساحة $\triangle ABE$ = مساحة $\triangle CDE$

(٢) $\therefore$ مساحة $\triangle ABE$ + مساحة $\triangle BCE$ = مساحة $\triangle ABE$ + مساحة $\triangle CDE$

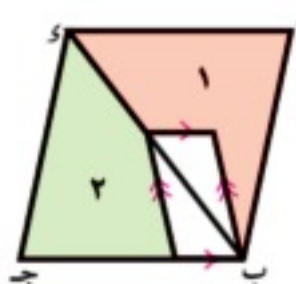
من (١)، (٢) نستنتج أن:

مساحة $\triangle ABE$ = مساحة المثلث $\triangle BCE$

(وهو المطلوب)



(ب)



(١)

هيا نفكر



في كل من الشكلين

AB و CD متوازي أضلاع. (١)، (ب):

لماذا تكون مساحة الشكل (١) =

مساحة الشكل (٢)؟



الوحدة الرابعة

الدرس الثاني

تساوي مساحتي مثلثين

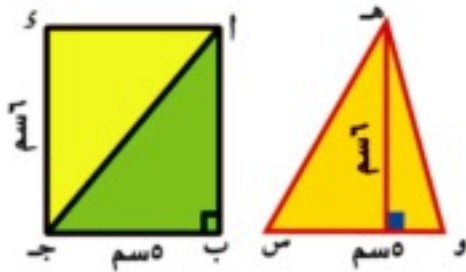
فكر وناقش

سوف تتعلم

متى يتساوى مساحتا مثلثين.

مصطلحات أساسية:

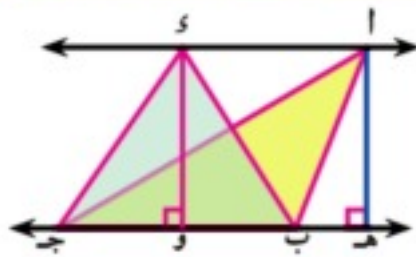
مساحة مثلث



إذا تطابق مثلثان، هل يتساويان في المساحة؟ إذا تساوى مثلثان في المساحة، هل يتطابقان؟ متى يتساوى مساحتا مثلثين؟

نظرية ٢

المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأسهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة يكونان متساويين في المساحة.



المعطيات: $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CE}$

المثلثان: $\triangle ABC$ ، $\triangle ADE$

C و E يشتركان في

القاعدة $\overleftrightarrow{AB}$

المطلوب: إثبات أن: مساحة $\triangle ABC$ = مساحة $\triangle ADE$

العمل: نرسم $\overleftrightarrow{AH} \perp \overleftrightarrow{AB}$ ، C و E $\perp \overleftrightarrow{AB}$

البرهان: $\therefore \overleftrightarrow{AH} \parallel \overleftrightarrow{CE}$ ، $\overleftrightarrow{AH}$ ، C و E عمودين على $\overleftrightarrow{AB}$

$\therefore AH$ و CE مستطيل، $AH = CE$

(١) $\therefore$ مساحة $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times AB \times CE$

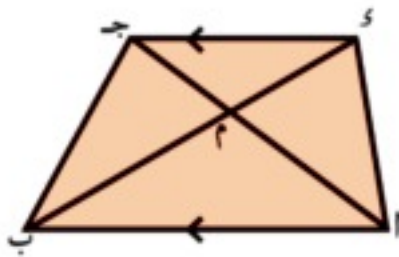
مساحة $\triangle ADE = \frac{1}{2} \times AB \times CE = \frac{1}{2} \times AB \times AH$ (٢)

من (١)، (٢) $\therefore$ مساحة $\triangle ABC$ = مساحة $\triangle ADE$

(وهو المطلوب)



مثال (١) :



١ في الشكل المقابل:
 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ، $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ، $M = \overline{AC} \cap \overline{BD}$

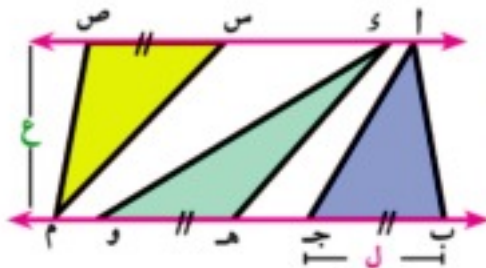
أكمل وفسر إجابتك:

- مساحة $\triangle AMB$ = مساحة $\triangle CMD$ لأن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
- مساحة $\triangle AMD$ = مساحة $\triangle BMC$ لأن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
- مساحة $\triangle AMB$ = مساحة $\triangle BMC$ لماذا؟

نتائج

١ المثلثات التي قواعدها متساوية الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساوية المساحة.

لاحظ أن:

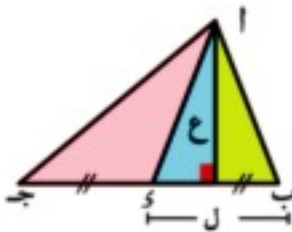


$\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ ، $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{DE}$ ، $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{DE}$

∴ مساحة $\triangle ABC$ = مساحة $\triangle CDE$ = مساحة $\triangle ADE$ ، $\frac{1}{2} \times \text{الارتفاع} \times \text{القاعدة}$

٢ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحين مثلثين متساويين في المساحة.

لاحظ أن:



(ب = د = ج = ل)

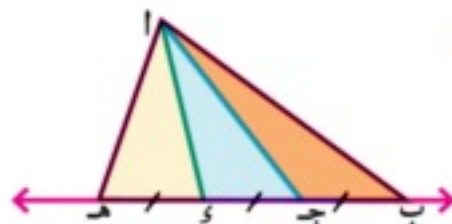
أي متوسط للمثلث

∴ مساحة $\triangle ABC$ = مساحة $\triangle ABD$ = مساحة $\triangle ADC$ ، $\frac{1}{2} \times \text{الارتفاع} \times \text{القاعدة}$

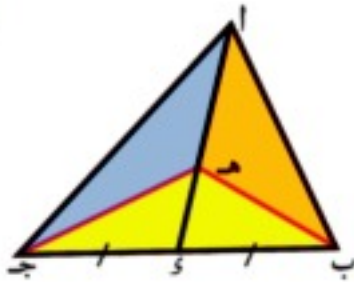
٣ المثلثات التي أطوال قواعدها متساوية ، وعلى مستقيم

واحد ومشاركة في الرأس، تكون متساوية المساحة.

مساحة $\triangle ABC$ = مساحة $\triangle ACD$ = مساحة $\triangle ADE$ ، $\frac{1}{2} \times \text{الارتفاع} \times \text{القاعدة}$



مثال (٢) :



أب جد مثلث فيه $\overline{DE}$ متوسط، $\exists \overline{DE} \parallel \overline{BC}$ رسمت ب هـ، ج هـ
برهن أن: مساحة $\triangle ADE$ = مساحة $\triangle ABC$

البرهان:

$\therefore \overline{DE}$ متوسط في المثلث.

$\therefore$ مساحة $\triangle ADE$ = مساحة $\triangle ABC$ (١)

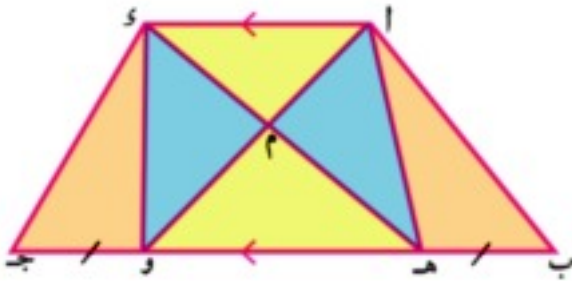
$\therefore$ هـ د متوسط في $\triangle ABC$

$\therefore$ مساحة $\triangle ADE$ = مساحة $\triangle ABC$ هـ د ج (٢)

ب طرح طرفي (٢) من طرفي (١) ينتج أن:

مساحة $\triangle ADE$ = مساحة $\triangle ABC$

مثال (٣) :



في الشكل المقابل:

$\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ ، $\exists \overline{EF} \parallel \overline{CD}$ ، و $\exists \overline{EF} \parallel \overline{AB}$ حيث:

ب هـ = ج و، أو n هـ د = م

برهن أن:

أولاً: مساحة $\triangle ADE$ = مساحة $\triangle BCF$ و

ثانياً: مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل د ج و م

البرهان:

$\therefore \overline{EF} \parallel \overline{AB}$ ، المثلثان أ هـ و، د هـ و يشتركان في القاعدة هـ و

$\therefore$ مساحة $\triangle ADE$ = مساحة $\triangle BCF$ و هـ و

ب طرح مساحة $\triangle ADE$ م هـ و من الطرفين.

مساحة $\triangle ADE$ = مساحة $\triangle BCF$ و م

$\therefore$ ب هـ = ج و، $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$

$\therefore$ مساحة $\triangle ADE$ = مساحة $\triangle BCF$ و ج و

ب جمع (١)، (٢) ينتج أن:

مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل د ج و م (المطلوب ثانياً)

(١) (المطلوب أولاً)

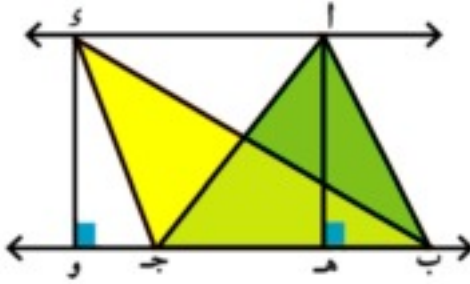
(٢)



نظرية ٣



المثلثان المتساويان في مساحتهما ، والمرسومان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة من هذه القاعدة ، يكون رأسهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة.



المعطيات: مساحة $\triangle ABC =$ مساحة $\triangle DEF$

ب ج قاعدة مشتركة للمثلثين

المطلوب: إثبات أن: $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{DF}$

العمل: نرسم $AH \perp BC$ ، $DO \perp EF$

البرهان: $\therefore$ مساحة $\triangle ABC =$ مساحة $\triangle DEF$

$$\therefore \frac{1}{2} BC \times AH = \frac{1}{2} EF \times DO$$

$$\therefore AH = DO$$

$$\therefore AH \perp BC , DO \perp EF$$

$$\therefore AH \parallel DO$$

$\therefore$ الشكل $AHDO$ مستطيل وينتج أن: $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{DF}$

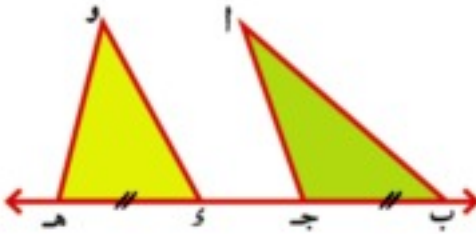
هيا نفكر



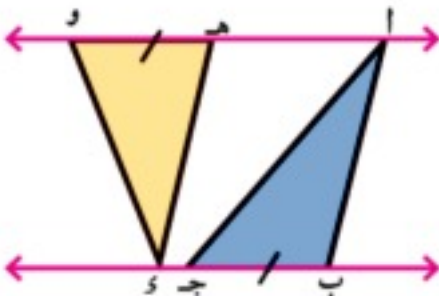
١ في الشكل المقابل:

ب، ج، د، هـ تقع على مستقيم واحد

حيث $BC = DE$



إذا كان: مساحة $\triangle ABC =$ مساحة $\triangle DEF$ و $BC = DE$ ماذا تستنتج؟ فسر إجابتك.



٢ في الشكل المقابل: $BC \parallel DE$ ، $AD \parallel BE$ ، $BC = DE$

إذا كان:

$$\text{مساحة } \triangle ABC = \text{مساحة } \triangle DEF$$

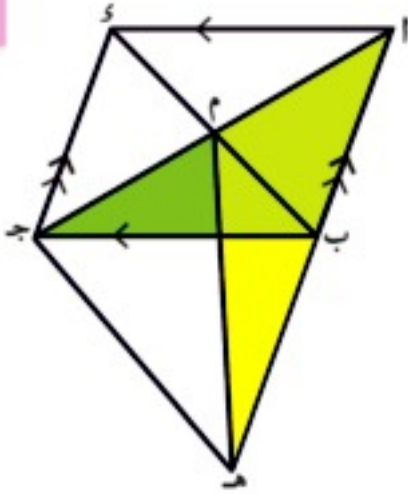
ماذا تستنتج؟ فسر إجابتك.

لاحظ أن: $AO \parallel BE$ لماذا؟





مثال (١)



أ ب ج د متوازي أضلاع $\cap$ ب د = م
 $\Rightarrow$ أ ب ج د : بحيث : مساحة $\triangle$ أ م هـ = مساحة $\triangle$ أ ب ج
 برهن أن: الشكل ب هـ ج د متوازي أضلاع.

البرهان: $\therefore$ مساحة $\triangle$ أ م هـ = مساحة $\triangle$ أ ب ج

بطرح مساحة $\triangle$ أ ب م من الطرفين

$\therefore$ مساحة $\triangle$ ب م هـ = مساحة $\triangle$ ب م ج

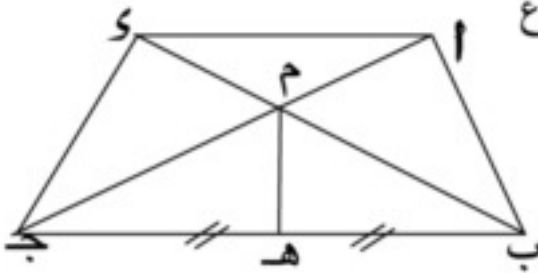
وهما مشتركان في القاعدة ب م وفي جهة واحدة منها

$\therefore$ ج د // ب م (١)

$\therefore$ الشكل أ ب ج د متوازي أضلاع

$\therefore$ ب هـ // د ج (٢)

من (١)، (٢) ينتج أن الشكل ب هـ ج د متوازي أضلاع



مثال (٢) في الشكل المقابل:

أ ب ج د // ب ج ، هـ منتصف ب ج

أثبت أن:

أولاً: مساحة $\triangle$ أ م ب = مساحة $\triangle$ د م ج

ثانياً: مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل د ج هـ م

الحل

$\therefore$ $\triangle$ أ ب ج ، $\triangle$ د ج هـ م مرسومان على قاعدة واحدة ب ج ورأساهما على $\parallel$ ب ج

$\therefore$ مساحة $\triangle$ أ ب ج = مساحة $\triangle$ د ج هـ م

$\therefore$ مساحة $\triangle$ أ م ب = مساحة $\triangle$ د م ج

$\therefore$ م هـ متوسط في $\triangle$ م ب ج

$\therefore$ مساحة $\triangle$ م ب هـ = مساحة $\triangle$ م ج هـ

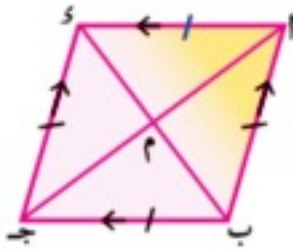
$\therefore$ مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل د ج هـ م

«٢» بجمع «١»، «٢» ينتج أن :



مساحات بعض الأشكال الهندسية

فكر وناقش

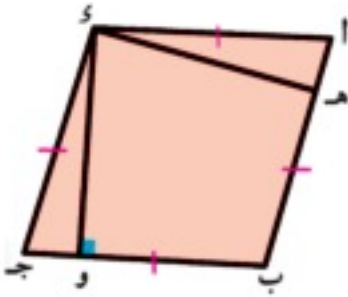


سَبَقُ أَنْ عَرَفْتِ أَنَّ الْمَعْيَنَ هُوَ مُتَوَازِي أَضْلَاحٍ أَضْلَاحُهُ مُتَسَاوِيَةٌ الطُّولِ.

❶ مَا الْعِلَاقَةُ بَيْنَ قُطْرَيِ الْمَعْيَنِ؟

❷ كَيْفَ تُوجَدُ مَسَاحَةُ الْمَعْيَنِ؟

مساحة المعين:



❶ إِذَا كَانَ طَوْلُ ضَلْعِ الْمَعْيَنِ لَ وَارْتِفَاعُهُ عَ

فإن: مساحة المعين = $ل \times ع$

أي أن:

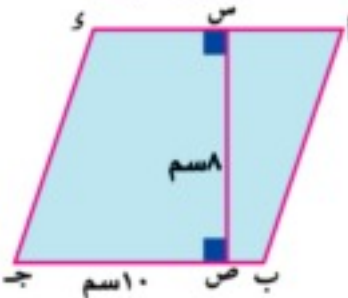
مساحة المعين = طول قاعدته $\times$ ارتفاعه.

هيا نفكر 🧠

هل $ك = هـ$ و $و$ ؟ فسر إجابتك.

مثال (١)

❶ هَي كُلِّ مِنَ الشَّكْلَيْنِ التَّالِيَيْنِ : أَوْجِدِ مَسَاحَةَ الْمَعْيَنِ أ ب ج د



❶ المساحة = ب $\times$ ل = ٨ $\times$ ١٠ = ٨٠ سم^٢

$$٨٠ \text{ سم}^2 = ٨ \times ١٠ =$$

سوف تتعلم

❶ كيفية إيجاد مساحة المعين.

❶ كيفية إيجاد مساحة المربع

بمعلومية طول قطره.

❶ كيفية إيجاد مساحة شبه

المنحرف.

مصطلحات أساسية

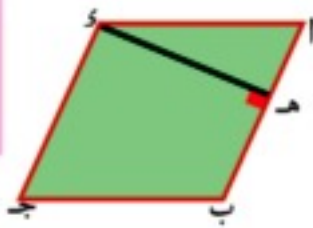
❶ مربع.

❶ معين.

❶ شبه منحرف.

❶ مساحة.



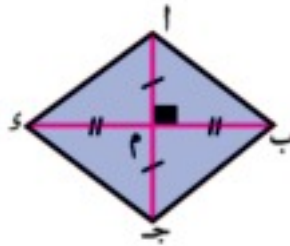


ب محيط المعين ا ب ج د = ٢٤ سم، هـ = ٥ سم

طول ضلع المعين = $24 \div 4 = 6$ سم

∴ مساحة المعين = ا ب × هـ = $5 \times 6 = 30$ سم^٢

٢ تعلم أن قطري المعين متعامدان وينصف كل منهما الآخر، لاحظ الشكل المقابل



مساحة المعين ا ب ج د = ٢ مساحة ∆ ا ب د

$$2 = \frac{1}{2} \times \text{ب د} \times \text{ا د}$$

$$\frac{1}{2} = \text{ب د} \times \text{ا د} \div 2$$

$$\frac{1}{2} = \text{ب د} \times \text{ا د}$$

أى أن: مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى قطريه.

∴ المربع هو معين قطراه متساويان فى الطول.

∴ مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ مربع طول قطره.

مثال : (٢)

أوجد مساحة المعين الذى طولاه قطرية ٨ سم، ١٢ سم.

الحل

مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى قطرية

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 8$$

$$= 48 \text{ سم}^2$$

مثال : (٣)

أوجد مساحة المربع الذى طول قطره ١٠ سم

الحل

مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ مربع طول قطره

$$= \frac{1}{2} \times (10)^2$$

$$= 50 \text{ سم}^2$$



شبه المنحرف

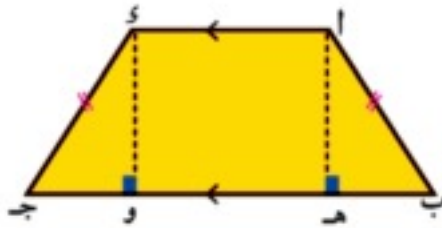


هو شكلٌ رباعيٌّ فيه ضلعان متوازيان يُعرفان بقاعدتيه ، ويسمى كلُّ ضلعٍ من الضلعين غير المتوازيين "ساقاً".

فى الشكل المقابل: $\overline{اى}$ ، $\overline{بج}$ قاعدتا شبه المنحرف $\overline{اب}$ $\overline{جى}$
 $\overline{اب}$ ، $\overline{جى}$ ساقا شبه المنحرف $\overline{اب}$ $\overline{جى}$

شبه المنحرف له ارتفاع واحد هو البعد العمودى بين قاعدتيه = ع

هيا نفكر



هل قطر شبه المنحرف يقسمه إلى مثلثين متساويين فى المساحة؟
 إذا كان: $\overline{اب}$ $\overline{جى}$ شبه منحرف متساوى الساقين $\overline{اب}$ ، $\overline{جى}$:

هل $\angle (ب) = \angle (ج)$ ؟

ارسم $\overline{اھ} \perp \overline{بج}$ ، $\overline{ك} \perp \overline{اب}$ وفسر إجابتك.

شبه المنحرف المتساوى الساقين:

$\overline{اب}$ $\overline{جى}$ شبه منحرف فيه $\overline{اب} = \overline{جى}$ **فإن:**

١ زوايتا كل من قاعدتيه متساويتان فى القياس

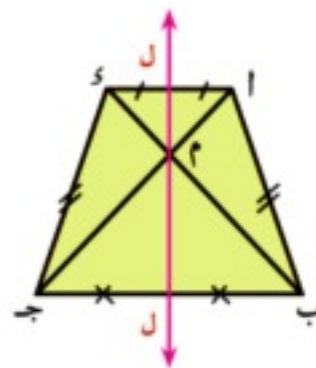
$\angle (ب) = \angle (ج)$ ، $\angle (ا) = \angle (س)$

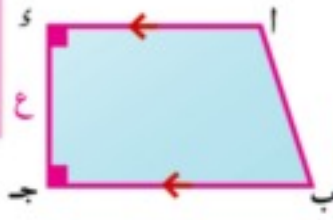
٢ قطراه متساويان فى الطول $\overline{اى} = \overline{بى}$

$\overline{اى} \cap \overline{بى} = \{م\}$

$\therefore ام = سم$ ، $بم = جم$

٣ له محور تماثل واحد (ل) ينصف قاعدتيه.





شبه المنحرف القائم الزاوية

هو شبه منحرف فيه أحد ساقيه عمودى على القاعدتين المتوازيين.

فى الشكل المقابل: $\overline{ك} \perp \overline{ب ج}$ ، $\overline{ج د} \perp \overline{ا ي}$ ،

∴ ارتفاع شبه المنحرف = طول $\overline{ج د}$

القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف .

هى القطعة المستقيمة $\overline{س ص}$ الواصلة بين منتصفى الساقين فى شبه المنحرف $\overline{ا ب ج د}$.

لاحظ أن:

$$\overline{س ص} \parallel \overline{ب ج} \parallel \overline{ا ي}$$

$$\text{طول } \overline{س ص} = \frac{1}{2} (\overline{ا ي} + \overline{ب ج})$$



مساحة شبه المنحرف:

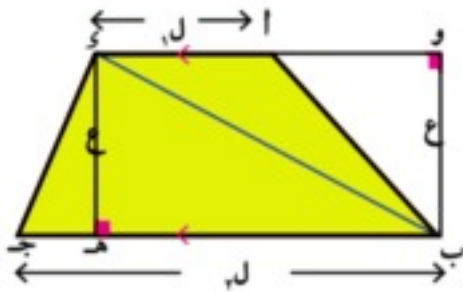
مساحة شبه المنحرف $\overline{ا ب ج د}$ =

مساحة $\triangle ا ب س$ + مساحة $\triangle س ب ج$

$$= \frac{1}{2} \overline{ا ي} \times \overline{ب و} + \frac{1}{2} \overline{ب ج} \times \overline{د هـ}$$

$$= \frac{1}{2} \overline{ل ا} \times \overline{ع} + \frac{1}{2} \overline{ل ب} \times \overline{ع}$$

$$= \frac{1}{2} (\overline{ل ا} + \overline{ل ب}) \times \overline{ع}$$



مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ مجموع طولى قاعدتيه المتوازيين $\times$ الارتفاع.

لاحظ أن: طول القاعدة المتوسطة = $\frac{1}{2}$ مجموع طول القاعدتين المتوازيين.

∴ مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة $\times$ الارتفاع.

مثال : (٢)



أوجد مساحة شبه المنحرف الذي طولاه قاعدتيه المتوازيين ٥ سم، ٩ سم والبعد بينهما ٤ سم.

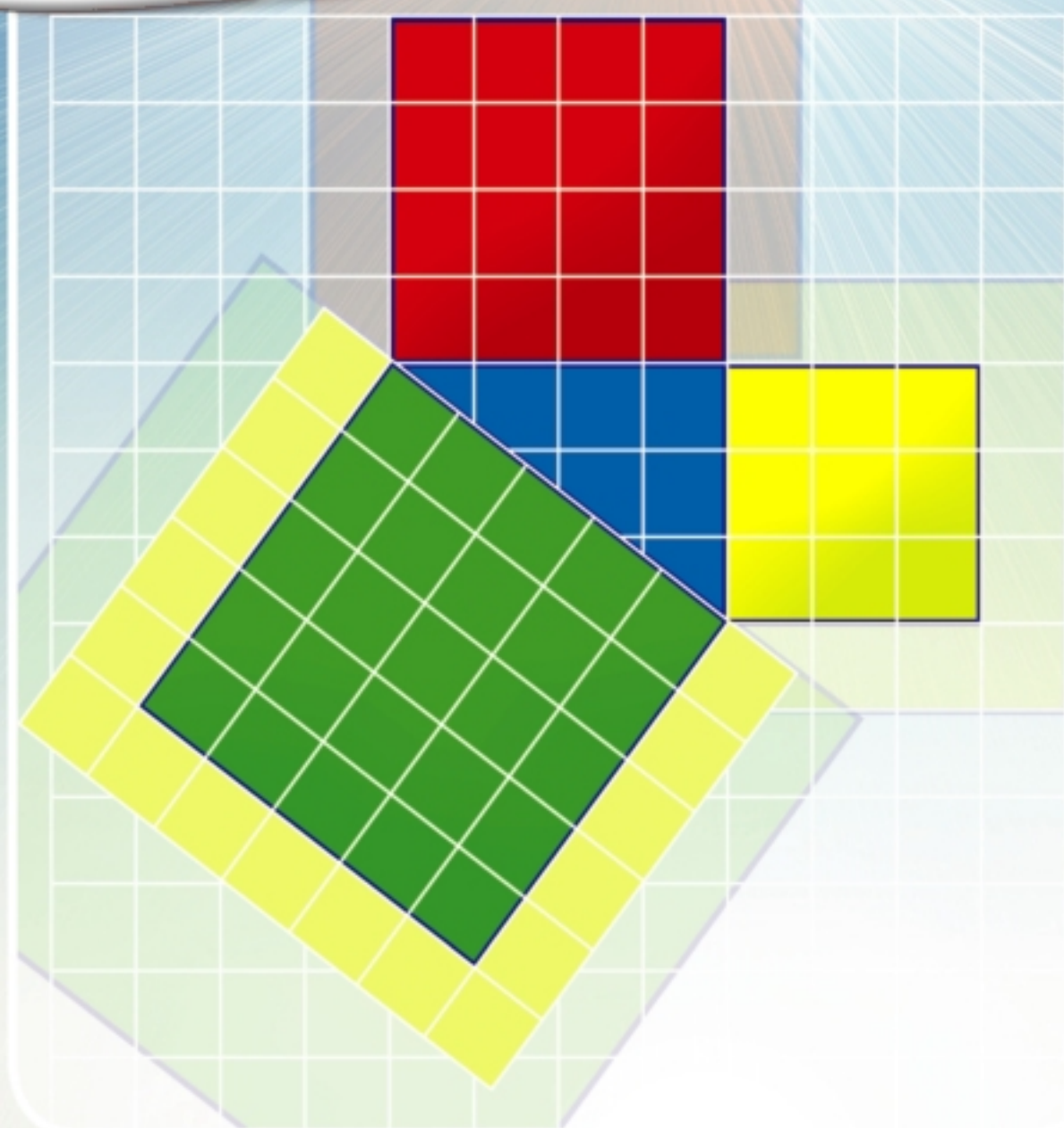
الحل

$$\text{مساحة شبه المنحرف} = 4 \times \frac{9+5}{2}$$

$$= 4 \times 7 = 28 \text{ سم}^2$$



التشابه
وعكس فيثاغورث وإقليدس



الوحدة الخامسة الدرس الأول

التشابه

فكر وناقش

سوف تتعلم

- مفهوم التشابه.
- متى يتشابه مضعان.
- متى يتشابه مثلثان.
- مصطلحات أساسية
- تشابه.
- أطوال متناسبة.
- زوايا متناظرة.

في قاعة التطوير التكنولوجي ، واثناء عرض تمارين وتطبيقات على التحويلات الهندسية .

قال أسامة:

الانعكاس والانتقال والدوران هو تساوي قياسي ، لأن الشكل وصورته متطابقان، فيكون لهما نفس قياسات الأطوال المتناظرة، ونفس قياسات الزوايا المتناظرة.

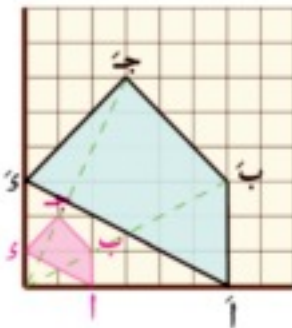
قال أحمد:

رسوم التمارين على شاشة العرض مشابهة للواقع، لهما نفس قياسات الزوايا، ولكن الأطوال مكبرة بنسبة ثابتة. هل المضلع أ ب ج د يشابه المضلع س ص ع ل؟ ولماذا؟

تعريف

يقال لمضلعين إنهما متشابهان إذا تحقق مايلي:

- زواياهما المتناظرة متساوية في القياس.
- أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.



مثال



في الشكل المقابل

$$\frac{أب}{أب} = \frac{بج}{بج} = \frac{جذ}{جذ} = \frac{أز}{أز} = \frac{ز}{ز}$$



$\triangle(أ) = \triangle(ب)$ ، $\triangle(أ) = \triangle(ب)$ ، $\triangle(أ) = \triangle(ب)$ ،
 $\triangle(ج) = \triangle(د)$ ، $\triangle(ج) = \triangle(د)$ ، $\triangle(ج) = \triangle(د)$ ،
 ∴ الشكل أ ب ج د يشابه الشكل أ ب ج د

لاحظ أن:

- 1 يجب كتابة المضلعين المتشابهين بنفس ترتيب الرؤوس المتناظرة.
فيكون الشكل أ ب ج د يشابه الشكل أ ب ج د ونستخدم العلامة (≈) للتعبير عن التشابه فنكتب الشكل أ ب ج د ≈ الشكل أ ب ج د.
- 2 تسمى النسبة الثابتة بين أطوال الأضلاع المتناظرة بنسبة التكبير أو مقياس الرسم.
لاحظ أن: إذا كانت نسبة التكبير = 1 فإن المضلعين يتطابقان.
- 3 كل المضلعات المنتظمة التي لها نفس العدد من الأضلاع تكون متشابهة. لماذا؟
- 4 إذا تشابه مضلعان فإن قياسات الزوايا المتناظرة متساوية، أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة.

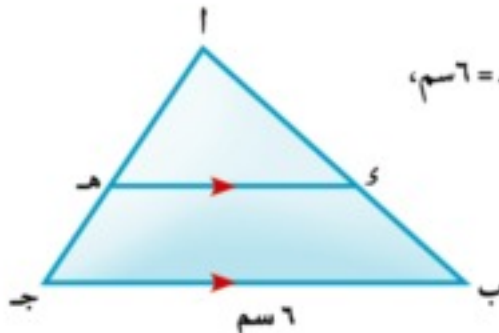
فكر  المربع والمستطيل لا يتشابهان رغم تساوي قياسات زواياهما ... لماذا؟
المربع والمعين لا يتشابهان رغم تناسب أطوال أضلعهما المتناظرة ... لماذا؟

تشابه المثلثين

تعريف

يتشابه المثلثان إذا توفّر أحد الشرطين التاليين:
 ○ الزوايا المتناظرة متساوية في القياس. ○ أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة.

مثال



في الشكل المقابل: أ ب ج مثلث فيه أ ب = ٥ سم ، ب ج = ٦ سم ،
 أ ج = ٤ سم ، $\exists$ أ ب بحيث أ ب = ٣ سم ،
 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ، $\overline{DE} \cap \overline{AC} = \overline{E}$ ، $\overline{DE} \cap \overline{AB} = \overline{D}$ ،
 ١ برهن أن $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.
 ب أوجد طول كل من $\overline{DE}$ ، $\overline{AE}$ ، $\overline{AD}$.



الحل

$$\therefore \overline{و ه} // \overline{ب ج}$$

$\therefore \angle (ا ه) = \angle (ب) ، \angle (ا ه ي) = \angle (ج) \text{ لماذا؟}$

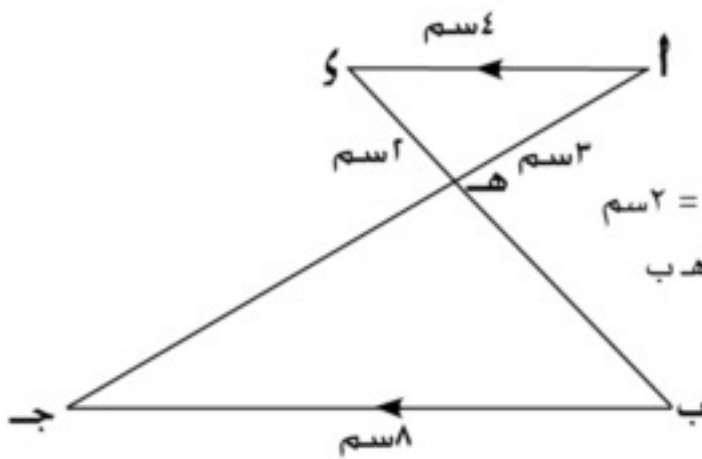
$\therefore \Delta$ مشتركة في كل من المثلثين ا ه ، ا ب ج

$\therefore \Delta ا ه \sim \Delta ا ب ج$ لتساوي قياسات الزوايا المتناظرة ، وينتج أن:

$$\frac{ا ه}{ب ج} = \frac{و ه}{ا ب} = \frac{ا ي}{ا ج} \therefore \frac{ا ه}{ب ج} = \frac{و ه}{ا ب} = \frac{ا ي}{ا ج} \\ \therefore \frac{ا ه}{ب ج} = \frac{و ه}{ا ب} = \frac{ا ي}{ا ج} \therefore \frac{ا ه}{ب ج} = \frac{و ه}{ا ب} = \frac{ا ي}{ا ج}$$

$$\therefore \frac{ا ه}{ب ج} = \frac{و ه}{ا ب} = \frac{ا ي}{ا ج} \therefore \frac{ا ه}{ب ج} = \frac{و ه}{ا ب} = \frac{ا ي}{ا ج}$$

مثال (٢)



$\therefore \overline{ا ي} // \overline{ب ج} ، ا ي = ٤ \text{ سم}$

ب ج = ٨ سم ، ا ه = ٣ سم ، ه ي = ٢ سم

أولاً: أثبت أن $\Delta ا ه ي \sim \Delta ا ب ج$

ثانياً: أوجد محيط $\Delta ه ب ج$

البرهان

$\therefore \overline{ا ي} // \overline{ب ج}$

$\therefore \angle (ا) = \angle (ب) ، \angle (ا ي) = \angle (ج)$

$\therefore \angle (ا ه ي) = \angle (ج ه ب)$

$\therefore \Delta ا ه ي \sim \Delta ج ه ب$

$$\therefore \frac{ا ه}{ج ه} = \frac{ه ي}{ه ب} = \frac{ا ي}{ب ج}$$

بالتعويض عن أطوال الأضلاع المعلومة

$$\therefore \frac{٤}{٨} = \frac{٢}{ه ب} = \frac{٣}{ب ج}$$

$\therefore ج ه = ٦ \text{ سم} ، ه ب = ٤ \text{ سم}$

$\therefore$ محيط $\Delta ه ب ج = ٨ + ٦ + ٤ = ١٨ \text{ سم}$

بالتبادل

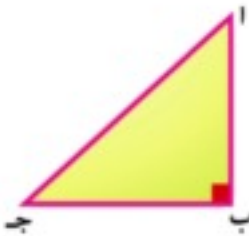
بالتقابل بالرأس



الوحدة الخامسة الدرس الثاني

عكس نظرية فيثاغورث

فكر وناقش



علمنا من نظرية فيثاغورس أنه إذا كان AB جـ
مثلث قائم الزاوية في B فإن:
 $(AB)^2 + (BC)^2 = (AC)^2$
والآن سوف ندرس عكس نظرية فيثاغورس.

عكس نظرية فيثاغورس:

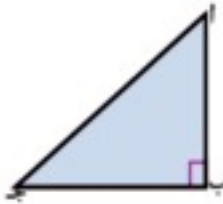
سوف تتعلم

- عكس نظرية فيثاغورس.
- استخدام نظرية فيثاغورس في حل المسائل.

إذا كان مجموع مساحتي المربعين المنشأين على ضلعين في
مثلث يساوي مساحة المربع المنشأ على الضلع الثالث، كانت
الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة.

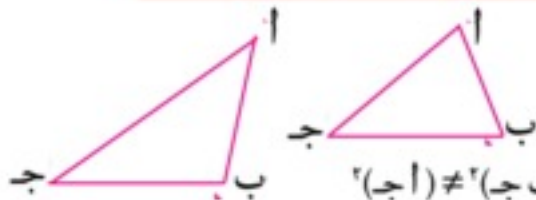
أي أن: في $\triangle ABC$ إذا كان: $(AB)^2 + (BC)^2 = (AC)^2$
فإن: $\angle B = 90^\circ$

ويكون المثلث قائم الزاوية في B



ويمكن صياغة عكس نظرية فيثاغورس كما يلي:

إذا كان مربع طول ضلع في مثلث يساوي مجموع مربعي طولى
الضلعين الآخرين كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة.



نتيجة:

في المثلث ABC إذا كان:

AB أكبر الأضلاع طولا وكان $(AB)^2 + (BC)^2 \neq (AC)^2$

فإن: $\triangle ABC$ لا يكون قائم الزاوية.



سوف تتعلم

❏ إيجاد مسقط نقطة على مستقيم.

❏ إيجاد مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم.

❏ إيجاد مسقط شعاع على مستقيم.

❏ إيجاد مسقط مستقيم على مستقيم.

مصطلحات أساسية

❏ مسقط.

❏ نقطة.

❏ قطعة مستقيمة.

❏ شعاع.

❏ خط مستقيم.

عندما تسقط قطعة طباشير من يدك: هل تسقط رأسيًا لاسفل (عمودية على الأرض)؟
ما الأثر الذي تتركه قطعة الطباشير على الأرض؟

مسقط نقطة على مستقيم

في الشكل المقابل:

ل مستقيم، ب نقطتان، حيث $أ \notin ل$ ،
 $ب \in ل$.



نرسم $أأ \perp ل$ حيث $أ \notin ل$.

تسمى النقطة أ (وهي موقع العمود المرسوم من النقطة أ على المستقيم ل) **بالمسقط العمودي** للنقطة أ على المستقيم ل.

$ب \in ل$ $\therefore$ مسقط ب على المستقيم ل هو نفس النقطة ب.

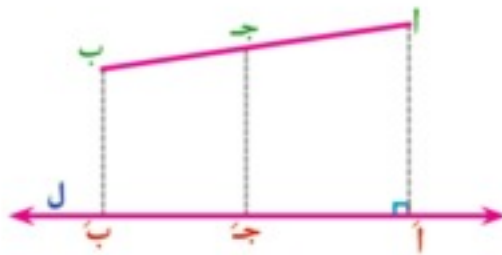
لاحظ أن:

مسقط نقطة على مستقيم هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة على المستقيم.

إذا كانت النقطة تقع على المستقيم فإن مسقطها على هذا المستقيم هو نفس النقطة.



مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم



لايجاد مسقط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على المستقيم L .

إذا كانت: A مسقط A على المستقيم L

B مسقط B على المستقيم L

فإن: مسقط $\overline{AB}$ على المستقيم L هو $\overline{AB}$

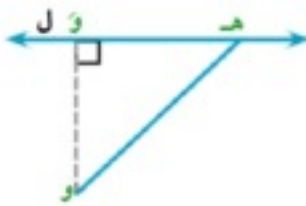
لاحظ أنه إذا كانت: $G \in \overline{AB}$ ، G مسقط G على المستقيم L

فإن: $G \in \overline{AB}$

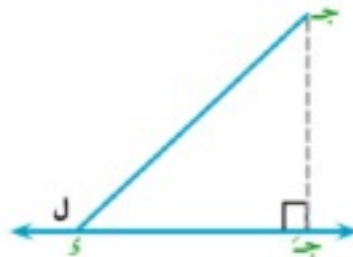


مثال :

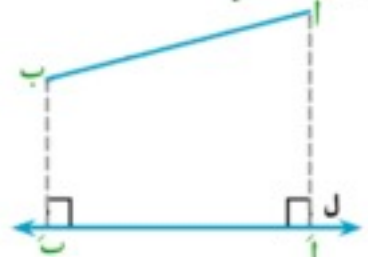
الأشكال التالية تبين بعض القطع المستقيمة في أوضاع مختلفة، لاحظ مسقط القطعة المستقيمة في كل شكل :



مسقط $\overline{AB}$ على المستقيم L
هو $\overline{AO}$



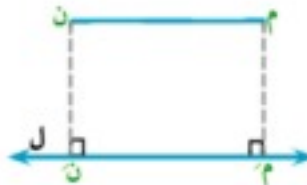
مسقط $\overline{AB}$ على المستقيم L
هو $\overline{AO}$



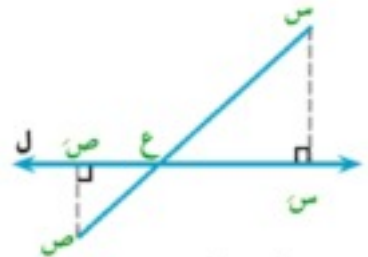
مسقط $\overline{AB}$ على المستقيم L
هو $\overline{AB}$



مسقط $\overline{AB}$ على المستقيم L
هو النقطة G



مسقط $\overline{AB}$ على المستقيم L
هو $\overline{MN}$



مسقط $\overline{AB}$ على المستقيم L
هو $\overline{MN}$

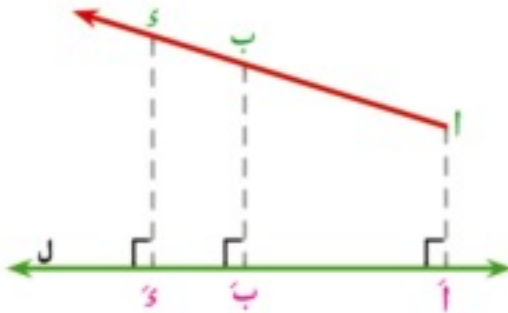


لاحظ وناقش:

- طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم يكون مساوياً أو أصغر من طول القطعة المستقيمة نفسها.
- متى يكون طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم مساوياً طول هذه القطعة المستقيمة؟
- متى يكون طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم صفراً؟

مسقط شعاع على مستقيم

إيجاد مسقط $\overleftrightarrow{AB}$ على المستقيم l



لاحظ أن: $\overleftrightarrow{AB}$ مسقط A على المستقيم l

$\overleftrightarrow{BB'}$ مسقط B على المستقيم l

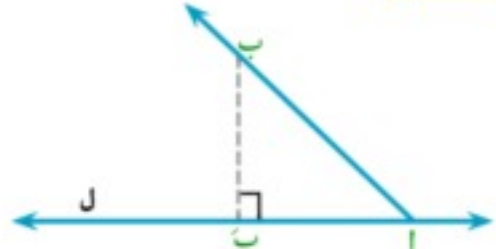
إذا كانت: $B \in \overleftrightarrow{AB}$ ، $B' \in \overleftrightarrow{AB}$

وكانت: $\overleftrightarrow{AB}$ مسقط B على المستقيم l

فإن: $B' \in \overleftrightarrow{AB}$

$\therefore$ مسقط $\overleftrightarrow{AB}$ على المستقيم l هو $\overleftrightarrow{AB}$

لاحظ أن:



مسقط $\overleftrightarrow{AB}$ على المستقيم l هو $\overleftrightarrow{AB}$ وإذا كان $\overleftrightarrow{AB} \perp l$ فإن مسقط $\overleftrightarrow{AB}$ على المستقيم l هو نقطة A .

هيا نفكر

- ما مسقط مستقيم على آخر؟
- هل يمكن أن يكون مسقط مستقيم على آخر هو نقطة؟
- وضح إجابتك برسم أشكال مختلفة لمسقط مستقيم على آخر ، واحفظها في كراستك .



نظرية إقليدس

فكر وناقش

سوف تتعلم

نظرية إقليدس.

تطبيقات على نظرية

إقليدس.

الشكل المقابل:

١ أب جـ مثلث قائم الزاوية في أ، المربعات
أ ب ن م، أ ج و ز، ب س ص جـ منشأة
على أضلاعه.

٢ رسم أ ك $\perp$ ب جـ قطعها في ك، وقطع
س ص في هـ، ورسمت ب و، أ ص كما
بالشكل.

لاحظ أن:

$$\triangle ب ج و = \triangle ب ج ا$$

لماذا؟ $\triangle ب ج و \equiv \triangle ب ج ا$

لماذا؟ مساحة $\triangle ب ج و = \frac{1}{2}$ مساحة المربع أ ج و ز

لماذا؟ مساحة $\triangle ب ج ا = \frac{1}{2}$ مساحة المستطيل هـ ص جـ ك

فيكون: مساحة المربع أ ج و ز = مساحة المستطيل هـ ص جـ ك

لماذا؟ $(أ ج)^2 = ج ك \times ج ص$

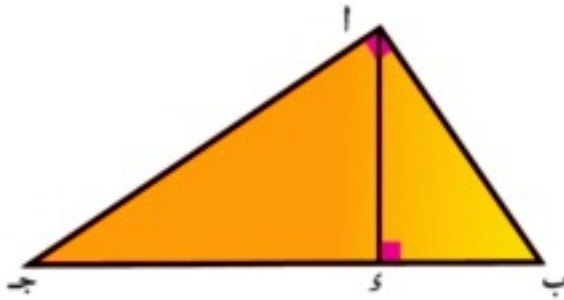
$\therefore (أ ج)^2 = ج ك \times ج ب$

= طول مسقط أ ج $\times$ طول الوتر ب جـ



نظرية إقليدس:

مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعي القائمة في المثلث القائم الزاوية يساوي مساحة المستطيل الذي بُعده هو مسقط هذا الضلع على الوتر وطول الوتر.



أى أن: في المثلث AB جـ القائم الزاوية في A ،

إذا رسمت $AD \perp BC$ فإن:

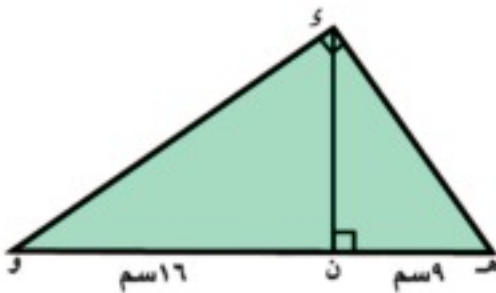
$$(AB)^2 = BD \times BC$$

$$(AC)^2 = DC \times BC$$

نتيجة:

$$(AD)^2 = BD \times DC$$

فكر أثبت أن المثلثين ABD ، ADC متشابهان واستنتج أن $(AD)^2 = BD \times DC$.



مثال

في الشكل المقابل:

H هو مثلث قائم الزاوية في H ، $KN \perp HO$ ،

$HN = 9$ سم، $NO = 16$ سم

الحل

(إقليدس)

$$(HO)^2 = HN \times HO$$

$$\therefore HO = 15 \text{ سم}$$

$$25 \times 9 =$$

(إقليدس)

$$(ON)^2 = ON \times OH$$

$$\therefore ON = 20 \text{ سم}$$

$$25 \times 16 =$$

(إقليدس)

$$(KN)^2 = ON \times NO$$

$$\therefore KN = 12 \text{ سم}$$

$$16 \times 9 =$$

هيا نفكر

هل $KN \times HO = HO \times ON$ ؟ ولماذا؟

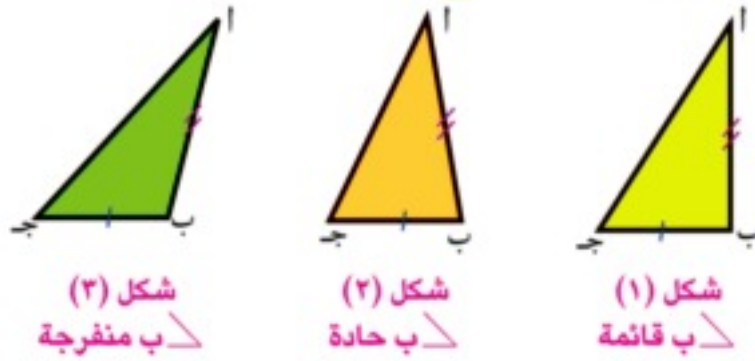


التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزاواياه

الوحدة الخامسة الدرس الخامس

فكر وناقش

نشاط :



سوف تتعلم

تحديد نوع المثلث بالنسبة
لزاواياه إذا علم أطوال أضلاعه
الثلاثة.

مصطلحات أساسية

- مثلث قائم الزاوية .
- مثلث حاد الزوايا .
- مثلث منفرج الزاوية .

لاحظ أن: طول $\overline{أب}$ متساوى فى الأشكال الثلاثة.

طول $\overline{بج}$ متساوى أيضًا فى الأشكال الثلاثة.

هل يختلف طول $\overline{أج}$ تبعًا لاختلاف نوع الزاوية المقابلة له؟

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{فى شكل (١)} \quad \angle ب = 90^\circ \therefore \angle ب + \angle أ + \angle ج = 180^\circ \therefore \angle أ + \angle ج = 90^\circ \\ \text{فى شكل (٢)} \quad \angle ب < 90^\circ \therefore \angle ب + \angle أ + \angle ج = 180^\circ \therefore \angle أ + \angle ج > 90^\circ \\ \text{فى شكل (٣)} \quad \angle ب > 90^\circ \therefore \angle ب + \angle أ + \angle ج = 180^\circ \therefore \angle أ + \angle ج < 90^\circ \end{array} \right.$$

متى يكون $\angle ب = 90^\circ$

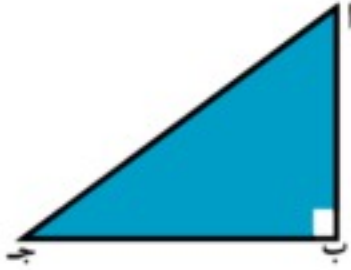
**تحديد نوع المثلث بالنسبة لزاواياه متى علمت أطوال
أضلاعه الثلاثة:**

نقارن بين مربع طول الضلع الأكبر للمثلث و مجموع مربعى طولى
الضلعين الآخرين:



أولاً: إذا كان:

مربع طول الضلع الأكبر يساوي مجموع مربعي طولَي الضلعين الآخرين فإن المثلث قائم الزاوية.

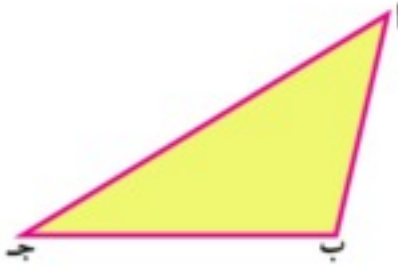


في $\triangle$ أ ب ج: $(أج)^2 = (أب)^2 + (بج)^2$

∴ $\triangle$ ب قائمة

ثانياً: إذا كان:

مربع طول الضلع الأكبر < مجموع مربعي طولَي الضلعين الآخرين فإن المثلث يكون منفرج الزاوية.

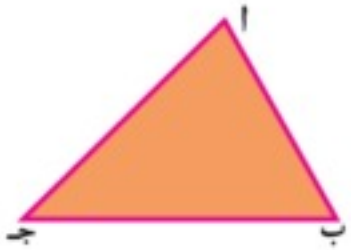


في $\triangle$ أ ب ج: $(أج)^2 < (أب)^2 + (بج)^2$

∴ $\triangle$ ب منفرجة

ثالثاً: إذا كان:

مربع طول الضلع الأكبر > مجموع مربعي طولَي الضلعين الآخرين فإن المثلث يكون حاد الزوايا.



في $\triangle$ أ ب ج: $(أج)^2 > (أب)^2 + (بج)^2$

∴ $\triangle$ ب حادة والمثلث حاد الزوايا. لماذا؟

مثال (١)



حدد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في المثلث أ ب ج، حيث:

أ ب = ٨ سم ، ب ج = ١٠ سم ، ج أ = ٧ سم

وما نوع هذا المثلث بالنسبة لزاياه؟

الحل

∴ أكبر زوايا المثلث قياساً تقابل أكبر الأضلاع طولاً.

∴ $\triangle$ أ هي أكبر زوايا المثلث أ ب ج في القياس لأنها تقابل الضلع ب ج

$$(ب ج)^2 = (١٠)^2 = ١٠٠$$



$$^{\circ}(أب) + ^{\circ}(أج) = ^{\circ}(أب) + ^{\circ}(أج) = 64 + 49 = 113$$

∴ $^{\circ}(أب) + ^{\circ}(أج) > ^{\circ}(أج)$ ∴ $\triangle أ ب ج$ حادة

∴ $\triangle أ ب ج$ هي أكبر زوايا المثلث

∴ $\triangle أ ب ج$ حاد الزوايا.

مثال (٢)



اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين:

(١) $\triangle أ ب ج$ فيه $^{\circ}(أب) + ^{\circ}(أج) > ^{\circ}(أج)$ فإن $\triangle أ ب ج$ تكون

(حادة، قائمة، منفرجة، مستقيمة)

(٢) $\triangle أ ب ج$ منفرج الزوايا في $أ$ فيه $أب = ٥$ سم، $ب ج = ٨$ سم فإن $أ ج =$

(٥ سم، ٧ سم، ٨ سم، ١٣ سم)

(٣) $\triangle س ص ع$ فيه $^{\circ}(س ع) = ^{\circ}(ص ع) - ^{\circ}(س ص)$ فإن $س$ تكون زاوية

(حادة، قائمة، منفرجة، مستقيمة)

(٤) في $\triangle أ ب ج$ إذا كان $^{\circ}(أ ج) + ^{\circ}(أ ب ج) = ^{\circ}(أ ب) - ٥$ فإن $\triangle أ ب ج$ تكون زاوية

(حادة، قائمة، منفرجة، مستقيمة)

(٥) المثلث المتساوي الساقين الذي طولاه ضلعين فيه ٣ سم، ٤ سم تكون أكبر زواياه

(حادة، قائمة، منفرجة، مستقيمة)

الحل

(١) منفرجة

(٢) قائمة

(٥) حادة

(٢) ٥

(٤) منفرجة



الأنشطة والتدريبات

تحليل المقدار الثلاثي

تمارين (١ - ١)

أولاً: أكمل الحدود الناقصة ليكون التحليل صحيحاً:

$$١ \quad ٣س^٢ + ٧س - ٦ = (..... - ٣س)(..... + ...)$$

$$٢ \quad ٢س^٢ + س - ٦ = (..... + ...)(..... - س)$$

$$٣ \quad ٥س^٢ - ٢س - ٧ = (..... - ٥س)(..... + س)$$

$$٤ \quad ٦س^٢ - ١١س + ١٠ = (..... - ٢س)(..... + ٢)$$

$$٥ \quad ٣س^٢ + ١٠س + ٨ = (..... + ٤)(..... + س)$$

ثانياً: حلّ كل ما يأتي:

$$٢ \quad ٣س^٢ - ٢س - ١٠$$

$$٦ \quad ٢س^٢ - س - ١٢$$

$$٩ \quad ٥٠س - ٥١$$

$$١٢ \quad ٢س^٢ - ٣س - ٢٨$$

$$١٥ \quad ٢س^٢ + ٢س + ٦٣$$

$$٢ \quad ٢س^٢ - ٧س + ١٠$$

$$٥ \quad ٢س^٢ + ٤س - ١٢$$

$$٨ \quad ٢٠س + ٥١$$

$$١١ \quad ٩س^٢ + ٢٠$$

$$١٤ \quad ٣ب + ٢ب - ١٠ج$$

$$١ \quad ١١س + ١٠$$

$$٤ \quad ٢س^٢ - ٧س + ١٢$$

$$٧ \quad ٢س^٢ - ٨س + ١٢$$

$$١٠ \quad ١٠س - ١٥$$

$$١٣ \quad ٢س^٢ - ٥س - ٢٤$$

ثالثاً: حلّ كل ما من المقادير الآتية:

$$٣ \quad ٢ + ٧ + ٣$$

$$٦ \quad ٣م + ١٩م$$

$$٩ \quad ٢م - ٩م - ٥$$

$$١٢ \quad ٨س - ٢٧س - ٢٠س$$

$$١٥ \quad ٣س - ٢٠س - ٧س$$

$$١٨ \quad ٥س - ٤س (٧ص + ٣س)$$

$$٢٠ \quad ٢٥م - ١٠ + ١٥م$$

$$٢٢ \quad ٢ب - ٢٤ب + ١٤٣ب$$

$$٢ \quad ٢ص + ٥ص + ٣$$

$$٥ \quad ٦س - ١١س + ٣$$

$$٨ \quad ٣ص + ٧ص - ٦$$

$$١١ \quad ١٥ - ١٨ + ١٦$$

$$١٤ \quad ١٠ب + ١١ب - ١٨ب$$

$$١٧ \quad ٦ب - ١٩ب + ٧ب$$

$$١ \quad ٢س + ٣س + ١$$

$$٤ \quad ٥ع + ٧ع + ٢$$

$$٧ \quad ٥س - ٣س - ٢$$

$$١٠ \quad ٨ع + ٢ع - ٣$$

$$١٣ \quad ٦س - ٤٧س - ٦٣ص$$

$$١٦ \quad ٧س + ٢٣س - ٣٠ص$$

$$١٩ \quad ١٨س + ٣٣س - ٣٠س$$

$$٢١ \quad ٢١س + ٦ص - ١٥س$$

رابعاً : مستطيل مساحته (٢س + ١٩س + ٣٥) سم^٢. أوجد بعديه بدلالة س، ثم أوجد محيطه عندما س = ٣



تحليل المقدار الثلاثي على صورة المربع الكامل

تمارين (١ - ٢)

١ **أكمل** الحد الناقص في كل ممياتي ليصبح كل من المقدارين الآتية مربعاً كاملاً:

- أ $١ + \dots + ٤س^٢$ ب $١٦ + \dots + ٢١$ ج $٨١ + \dots + ١٨ص^٢$
 د $\frac{١}{٢٥}س^٢ + \dots + \frac{١}{٤}ص^٢$ هـ $٢٥م^٢ + ٢٠ن + \dots$ و $٤٩ل^٢ + \dots + ع^٤$

٢ **حدد** أي المقدارين الآتية مربع كامل، ثم حلل المقدار إذا كان مربعاً كاملاً :

- أ $٣٦س^٢ + ١٢س + ٩$ ب $٢٥س^٢ - ١٥س + ٩$ ج $٩م^٢ - ٦م - ٩$
 د $١٤أ^٢ + ١٤أب + ٤٩ب^٢$ هـ $٠,٠١س^٢ - ٠,٢س + ١$ و $\frac{١}{٤}ص^٢ - ص + ٤$

٣ **اختر** الإجابة الصحيحة من بين الإجابات بين القوسين أمام كل عبارة:

- أ إذا كان المقدار $س^٢ + ١٤س + ب$ مربعاً كاملاً فإن $ب = \dots$ (٢ أو ٧ أو ١٤ أو ٤٩)
 ب إذا كان $(س + ص)^٢ = ٦٤$ ، $س ص = ١٥$ فإن $س^٢ + ص^٢ = \dots$ (٨ أو ٣٤ أو ٣٤- أو ٤٩)
 ج إذا كان $أ^٢ + ب^٢ = ١١$ ، $أب = ٥$ فإن $أ - ب = \dots$ (٦ أو ± ١ أو ١ أو ١-)
 د $(٩٩)^٢ + ٢(٩٩) + ١ = \dots$ (١٠٠ أو ١٠٠٠٠ أو ٤١٠ أو $(٩٨)^٢$)
 هـ إذا كان $أ^٢ + ٢أب + ب^٢ = ٢٥$ فإن $أ + ب = \dots$ (٥ أو ٥- أو ± ٥ أو ١٢,٥)
 و إذا كان $س^٢ + ٢س + ك = ٢٥$ مربعاً كاملاً فإن $ك = \dots$ (٥ أو ١٠ أو ± ١٠ أو ± ٥)

٤ **حل** كلًا من المقدارين الآتية:

- أ $١ + م^٢ - ٢م$ ب $٩س^٢ + ١٢س + ٤$ ج $٣٦ - ٦٠ك + ٢٥ك^٢$
 د $٤س^٢ - ٤س ص + ص^٢$ هـ $٩أ^٢ + ٦أب + ب^٢$ و $٢٥ب^٢ - ١٠أب + ١$

٥ **حل** كلًا من المقدارين الآتية:

- أ $١٨ص^٢ - ١٢ص + ٢$ ب $٢٤س + ٢٤س^٢ + ٦س^٢$ ج $٦ - ١٢أ + ٢ب + ٦ب^٢$
 د $٤ب^٢ + ٦ج + ٢ج + ٤ب^٢$ هـ $٣ع + ٤٢ع + ١٤٧ع^٢$ و $٢٠ص - ٦٠أ + ٤٥أ^٢$

٦ **استخدم** التحليل لتسهيل حساب قيمة كل من:

- أ $(٢٠,٧) - (٢٠,٧) \times ١,٤ + (٠,٧)$ ب $(٩٩٧)^٢ + ٦ \times ٩٩٧ + ٩$
 ج $(٥٧٤)^٢ - ٢ \times ٥٧٤ \times ٥٧٣ + (٥٧٣)^٢$



تحليل الفرق بين المربعين

تمارين (١ - ٣)

١ حل كلًا من المقادير الآتية إن أمكن ذلك:

- أ س^٢ - ٤ ب ٩ - ص^٢ ج ٩س^٢ + ٢٥
 د ٨س^٢ - ٥٠ هـ أ^٢ - ب^٢ ج^٢ و ٢٢٥س^٢ - ص^٢
 ز (س + ١) - (س - ١) ح ٩(١ - م) - ٢٥(١ + م) ط س^{١٠٠} - ١

٢ استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل من:

- أ (٧٧) - (٢٣) ب (٨, ٢٧) - (١, ٢٣) ج ٢٩ × ٣١

د طول ضلع القائمة في المثلث القائم الزاوية الذي طول وتره ٤١ سم، وطول أحد أضلاعه ٤٠ سم.

٣ إذا كان س^٢ - ص^٢ = ٢٠ ، س + ص = ١٠ ، أوجد قيمة س - ص

٤ إذا كان ل - م = ٩ ، ل + م = ١٥ ، أوجد قيمة ل^٢ - م^٢

٥ إذا كان ٤س^٢ - ص^٢ = ٣٢ ، ٢س + ص = ٨ ، احسب قيمة ص - ٢س.

٦ حل كلًا من المقادير الآتية:

- أ (س + ص + ٥) - (س - ص - ٥) ب (أ + ب + ج) - (أ - ب - ج)



تحليل مجموع المكعبين والفرق بينهما

تمارين (١ - ٤)

١ **أكمل** لتحصل على عبارة صحيحة:

..... = $\sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{8}$ **أ** $\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{125}$ **ب**

$\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{125}$ **ج** $\sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{27}$ **د**

$\sqrt[3]{1} - \sqrt[3]{8} = (1 - 2)$ **هـ** $(\sqrt[3]{1} - \sqrt[3]{8}) = 125 + \sqrt[3]{8}$ **و** $(\sqrt[3]{1} - \sqrt[3]{8}) = 125 - \sqrt[3]{8}$ **ز**

٢ **حل** كلًا من المقادير الآتية:

$8 + \sqrt[3]{27}$ **أ** $\sqrt[3]{27} + 8$ **ب**
 $729 - \sqrt[3]{8}$ **ج** $\sqrt[3]{8} - 729$ **د**
 $\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{1}$ **هـ** $\frac{1}{8} - \sqrt[3]{8}$ **و**

٣ **حل** كلًا من المقادير الآتية:

$512 - \sqrt[3]{8}$ **أ** $\sqrt[3]{8} - 512$ **ب**
 $16\sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{8}$ **ج** $\sqrt[3]{8} - 540$ **د**
 $125 - (5 + \sqrt[3]{8})$ **هـ** $(\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{1}) - (5 - \sqrt[3]{8})$ **و**

٤ **حل** كلًا من المقادير الآتية:

$\sqrt[3]{(5 - 5)} + \sqrt[3]{(5 + 5)}$ **أ** $\sqrt[3]{(5 + 5)} - \sqrt[3]{(5 - 5)}$ **ب**
 $(\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{5}) + (\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{5})$ **ج** $\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{5}$ **د**
 $\sqrt[3]{0,027} - \sqrt[3]{8}$ **هـ** $\sqrt[3]{625} - \sqrt[3]{1}$ **و**

٥ إذا كان $\sqrt[3]{8} = 2$ ، $\sqrt[3]{27} = 3$ ، أوجد قيمة المقدار $\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{8}$



التحليل بالتقسيم

حلل كلًّا من المقادير الآتية:

اس + پ + س + ا + ب + ص

ج ام - ان + م - ن

س ص ۵ ص ۷ س ۳۵

حلل كلًا من المقادير الآتية:

① ۳ص - ۵ع ل + ۵ع س - ۳ص ل

ج۔ اب + ۶م - ن - ۲ب - ۳م - ۱ن

٢٢ ص - ٢٣ ص + ٢٤ ص - ٢٥ ص

حلل كلًا من المقادير الآتية:

① س^۲ - س^۲ ع - س^۲ ص + ص^۴ ع

ج ۱ + ۶ ا ب + ۹ ب - ۲ م

۱۲۱ اس ۴ - ۱۰۰ اس ۲ - ۲۰ اس ۱ -

ب ۵۰-۱۰م-۱-۲م

$$1 + 1 + \overset{r}{1} + \overset{r}{1} \diamond 3$$

و) $3s^2 - 3s^2 + 6s - 18$

ب ۸م ن - ۲م ۲ + ۱۲ن ل - ۳م ل

د ۳ | س - ۱ - ۶ پ س + ۲ پ

و) $ap^2s + p^2s - as - 1$

$a| + {}^2p + p|_2 + {}^2|_2 \diamond b$

د ۹س۲ - ۴ | ۲ + ۲ص + ۶س ص

$$1 - 7m + 9m^2 - 4m^3 \quad \diamond 9$$


التحليل بإكمال المربع

تمارين (١ - ٦)

١  حل كلًا من المقادير الآتية:

- | | |
|----------------|--------------------|
| أ $٤س + ٤ص$ | ب $٤م + ٤ن$ |
| ج $٤س + ٦٢٥ص$ | د $٨١س + ٤ع$ |
| هـ $٢٥٠٠ب + ٤$ | و $٨س + ٢ص + ١٦٢ع$ |

٢  حل كلًا من المقادير الآتية:

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| أ $٤س + ٢ص + ٢٥ص$ | ب $٤ا + ٢ب + ١٦ب$ |
| ج $٤م - ١١ن + ٢ن$ | د $٨١س + ٢س + ٩$ |
| هـ $١٦س - ٢٨ص + ٢ص + ٩ص$ | و $٤س + ٢٥ص - ٢٩س + ٢ص$ |

٣  حل كلًا من المقادير الآتية:

- | | |
|-------------------------|---------------------------|
| أ $٤س + (٢س - ٧ص) + ٤ص$ | ب $٢س + (٢س - ١٩ص) + ٢٥ص$ |
| ج $٣م + ٣ن - ٥٤م + ٢ن$ | د $٤ا + (٢ب - ٦ب) + ٩ب$ |
| هـ $٩س - ٢٥س + ١٦$ | و $٨س - ١٦ص$ |



حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبريا

تمارين (١ - ٧)

١ أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية في ح:

أ $x^2 - 8x + 15 = 0$ ب $x^2 - 7x - 30 = 0$

ج $x^2 - 7x - 3 = 0$ د $x^2 + 12x = 44$

هـ $(x-3)(x+1) = 5$ و $(x+3)^2 - 49 = 0$

٢ أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية في ح:

أ $12x^2 = 47x - 45$ ب $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

ج $(x+3)^2 + 3(x+3) - 10 = 0$ د $x^2 - 6x = 0$

هـ $4x^2 = 9$ و $6x^2 - 2x = 22$

٣ عدنان حقيقيان يزيد أحدهما عن الآخر بمقدار ٤، فإذا كان حاصل ضرب العددين يساوي ٤٥. فما العدنان؟

٤ قطعة أرض مستطيلة الشكل طولها يزيد عن عرضها بخمسة أمتار، فإذا كانت مساحتها ٥٠٠ متر مربع فأوجد بعديها؟

٥ أ ب ج مثلث فيه $\angle A = (x^2 + 61)^\circ$ ، $\angle B = (110 - 11x)^\circ$ ، $\angle C = (90 - 7x)^\circ$. أوجد قيمة x ، و قياسات زوايا المثلث.

٦ إذا كان عمر حاتم الآن يزيد عن عمر حنان بمقدار ٤ سنوات، ومجموع مربعي عمريهما الآن يساوي ٢٦، فما عمر كل منهما الآن؟

٧ عدد حقيقي يزيد عن معكوسه الضربي بمقدار $\frac{5}{4}$ ، فما العدد؟

٨ عدد حقيقي إذا أضيف إليه مربعه، كان الناتج ١٢، فما العدد؟

٩ عدنان فرديان متتاليان مجموع مربعيهما ١٣٠، فما العدنان؟

١٠ مثلث قائم الزاوية أطوال أضلاعه ٢ س، ٢ س + ١، س - ١١ من السنتيمترات. احسب قيمة س وأوجد محيط المثلث ومساحته؟



تمارين عامة على الوحدة الأولى (التحليل)

١ حل كلًا مما يأتي:

أ $١٦ص - ١س$
ب $٦٤ص - ٦س$
ج $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$

أ $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ب $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ج $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$

أ $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ب $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ج $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$

٢ حل كلًا مما يأتي:

أ $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ب $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ج $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$

أ $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ب $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ج $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$

٣ أوجد قيمة للعدد $ح$ $\exists$ $ص$ بحيث يكون المقدار قابلاً للتحليل وحلّه:

أ $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ب $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ج $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$

أ $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ب $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ج $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$

أ $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ب $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ج $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$

٤ حل كلًا من المقادير الآتية:

أ $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ب $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ج $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$

أ $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ب $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ج $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$

٥ أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية:

أ $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ب $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ج $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$

أ $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ب $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$
ج $٢س + ٢س + ٢س + ١٢س + ٨$

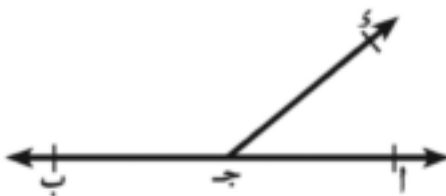
٦ مجموع ثلاثة أعداد صحيحة متتالية يساوي مربع العدد الأوسط، أوجد هذه الأعداد.

٧ في الشكل المقابل جد $\angle أ ب ج$

فإذا كان $\angle ب ج د = (٢س)^\circ$

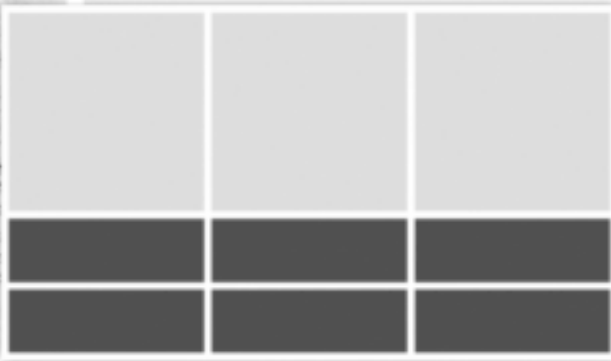
و $\angle أ ج د = (٨س)^\circ$

احسب قيمة $س$.



نشاط الوحدة الأولى (التحليل)

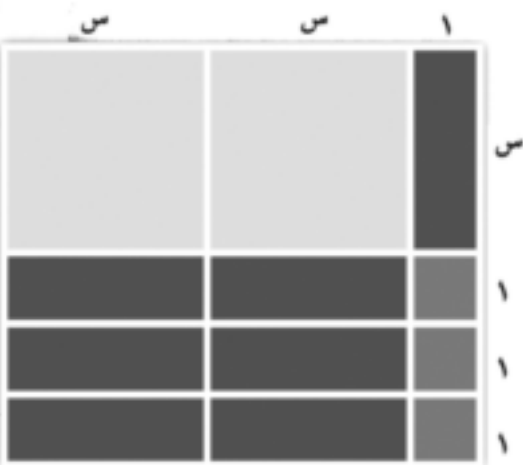
يمكن استخدام الوحدات التالية لتوضيح بعض مسائل التحليل كما يلي:



الشكل المقابل مساحته $s^3 + 2s^2 + 6s$

لاحظ أن:

بعدي المستطيل هما s ، $s + 2$ s
 مساحته $= s(s + 2)$
 $= s^2 + 2s$



في الشكل المقابل المساحة = ...

بعدا المستطيل هما

ما العلاقة بين المساحة وبعدي المستطيل؟

ارسم الشكل الذي يعبر عن المساحة: $s^3 + 7s^2 + 2s$



اختبار الوحدة الأولى (التحليل)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين أمام كل عبارة:

أ المقدار $٤س^٢ + ك + ٢٥ص^٢$ مربع كامل عندما $ك = \dots$

(٢٠ أو ١٠س ص أو $\pm ٢٠س ص$ أو ٣٠س ص)

ب إذا كان $س^٢ - ص^٢ = ١٦$ ، $س + ص = ٨$ فإن $س - ص = \dots$

(٢ أو ١ أو ١٢٨ أو ٦٤)

ج إذا كان $س + ص = ٣$ ، $س^٢ - س ص + ص^٢ = ٥$ فإن $س^٢ + ص^٢ = \dots$

(١٥ أو ٢٥ أو ٨ أو ٧)

د المقدار $٤س^٢ + ١٢س + ٩$ يكون مربعاً كاملاً عندما $٩ = \dots$

(٦ أو ١٦ أو ١ أو ٩)

هـ إذا كان $(٥ - ١٢) (٢ - ١٣) = ١٦ + ك + ١٠$ فإن $ك = \dots$

(١٥ أو ١٩ أو -١٩ أو ٤)

٢ أكمل لتحصل على عبارة صحيحة:

أ $(٤ - ٥ب) (٣ - \dots) = ١٨ + \dots + ١٥ب^٢$

ب إذا كان $س^٢ + ص^٢ = ١٧$ ، $س ص = ٧$ فإن $(س - ص)^٢ = \dots$

ج إذا كان $ك س^٢ - ١٠س + ١$ مربعاً كاملاً فإن $ك = \dots$

د إذا كان $(س + ١)$ أحد عوامل المقدار $٥س^٢ - ٢س - ٧$ فإن العامل الآخر $= \dots$

هـ $٨ + س^٢ = (س + ٢) (\dots)$

٣ حل كل مما يأتي:

أ $(س + ٢) (٢ - ٤س - ٨)$ ب $٢|٢ + ب + ب^٢ - ج^٢$ ج $٢س^٢ - ٥س + ٣$

د $٤س + ٤ل + ٤$ هـ $٨س^٢ - ٣٤٣ص^٦$

٤ حل كلًا من المعادلات الآتية في ح:

أ $٠ = ١٠ - س^٢ - ٣س$ ب $١٤ = س + ٣س^٢$ ج $١٠ = (١ - س)^٢ + (١ - ٢س)^٢$

٥ استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل من المقادير الآتية:

أ $٥ \times \frac{٢٠}{٧} - ٧٥ \times \frac{٢٠}{٧}$ ب $(١٧٥، ٨) - (٨٢٥، ١)$ ج $(٨٧) + ٢ \times ١٣ \times ٨٧ + (١٣)$

٦ مثلث قائم الزاوية طولاً ضلعي القائمة $٤س$ ، $س + ١$ من السنتيمترات، فإذا كانت مساحته $٨٤سم^٢$ فاحسب طول وتره



القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح

تمارين (٢ - ١)

أولاً اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

- ١) $٢٤ + ٢٤ + ٢٤ + ٢٤$ يساوى: ☐ أ ٢٤ ☐ ب ٤٤ ☐ ج ١٢٤ ☐ د ٨١٤
- ٢) $٠,٠٠٢ \times ٠,٠٥$ يساوى: ☐ أ ٠,١٠ ☐ ب ٤,١٠ ☐ ج ٤١٠ ☐ د ٥١٠
- ٣) إذا كان $\sqrt[١٧]{٢}$ فإن ١٧ تساوى: ☐ أ $\sqrt[٢]{٢}$ ☐ ب $\sqrt[٣]{٢}$ ☐ ج $\sqrt[٣]{٢}$ ☐ د ٢
- ٤) إذا كان $٥ = ٤$ فإن ١٧ تساوى: ☐ أ ١,٢٥ ☐ ب ٠,٨ ☐ ج ٠,١٢٥ ☐ د ٠,٠٨
- ٥) إذا كانت (س - ٥) صفر $١ =$ فإن س $\exists$ ☐ أ ح - ٥ ☐ ب ح - ٥ ☐ ج ٥ ☐ د ح

ثانياً أوجد فى أبسط صورة قيمة كل من:

- ١) $١ - ٣$ ☐ أ $(\frac{١}{٤})$ ☐ ب $(\frac{٣}{٢})$ ☐ ج $(\frac{٣}{٢})$ ☐ د $(\frac{٣}{٢})$
- ٢) $(\frac{١}{٤})$ ☐ أ $(\frac{١}{٤})$ ☐ ب $(\frac{١}{٤})$ ☐ ج $(\frac{١}{٤})$ ☐ د $(\frac{١}{٤})$
- ٣) $(\frac{١}{٤})$ ☐ أ $(\frac{١}{٤})$ ☐ ب $(\frac{١}{٤})$ ☐ ج $(\frac{١}{٤})$ ☐ د $(\frac{١}{٤})$
- ٤) $(\frac{١}{٤})$ ☐ أ $(\frac{١}{٤})$ ☐ ب $(\frac{١}{٤})$ ☐ ج $(\frac{١}{٤})$ ☐ د $(\frac{١}{٤})$
- ٥) $(\frac{١}{٤})$ ☐ أ $(\frac{١}{٤})$ ☐ ب $(\frac{١}{٤})$ ☐ ج $(\frac{١}{٤})$ ☐ د $(\frac{١}{٤})$
- ٦) $(\frac{١}{٤})$ ☐ أ $(\frac{١}{٤})$ ☐ ب $(\frac{١}{٤})$ ☐ ج $(\frac{١}{٤})$ ☐ د $(\frac{١}{٤})$
- ٧) $(\frac{١}{٤})$ ☐ أ $(\frac{١}{٤})$ ☐ ب $(\frac{١}{٤})$ ☐ ج $(\frac{١}{٤})$ ☐ د $(\frac{١}{٤})$

ثالثاً

حل بمجرد النظر المعادلة $\frac{١}{(٩ + س)} = ٠,٠٠٠١$ ماذا تلاحظ؟

١) إذا كانت س = ٢، ص = $\sqrt[٣]{٢}$ ، فأوجد فى أبسط صورة قيمة كل من:

- أ) $٣(س + ص) + (س - ص)$ ☐ أ $(\frac{٣(س + ص)}{س - ص})$ ☐ ب $(\frac{٣(س + ص)}{س - ص})$ ☐ ج $(\frac{٣(س + ص)}{س - ص})$ ☐ د $(\frac{٣(س + ص)}{س - ص})$

٢) أوجد قيمة س فى كل مما يأتى:

- أ) $٨١ = ٣ - س$ ☐ أ $٩ = ٣ - س$ ☐ ب $٩ = ٣ - س$ ☐ ج $٩ = ٣ - س$ ☐ د $٩ = ٣ - س$
- ب) $٨ = ٣٢ - س$ ☐ أ $٨ = ٣٢ - س$ ☐ ب $٨ = ٣٢ - س$ ☐ ج $٨ = ٣٢ - س$ ☐ د $٨ = ٣٢ - س$



قوانين القوى الصحيحة غير السالبة فى ح

تمارين (٢ - ٢)

أولاً اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة:

١) أى مما يأتى هو الأقرب إلى $2^{11} + 2^9$ ؟

- ١) $18 + 22$ ٢) $29 + 211$ ٣) $20 + 120$ ٤) $80 + 120$

٢) قيمة المقدار: $2^0(2) + 2^1(2)$ تساوى:

- ١) 402×2 ٢) 412×2 ٣) 202×3 ٤) 212×3

٣) قيمة المقدار: $(3)^{\text{صفر}} + (-\frac{1}{3}\sqrt{3})^2 + \frac{1}{27-\sqrt{3}}$ تساوى:

- ١) صفر ٢) $\frac{1}{3}$ ٣) ١ ٤) ٣

٤) سدس العدد: 122×123 هو:

- ١) ٢٦ ٢) ٤٦ ٣) ١١٦ ٤) ٢٢٦

٥) قيمة المقدار: $2^0 + (-\sqrt{2})^{10}$ يساوى:

- ١) ٦٢ ٢) ١٠٢ ٣) $10(-\sqrt{2})$ ٤) $20(-\sqrt{2})$

ثانياً اختصر لأبسط صورة:

٢) $(-\sqrt{5})^9 \div (-\sqrt{5})^4$

١) $(-\sqrt{2})^4 \times (-\sqrt{2})^2$

٤) $\frac{(-\sqrt{3})^4 \times (-\sqrt{3})^5}{(-\sqrt{3})^7}$

٣) $(\frac{\sqrt{2}^3}{\sqrt{2}^2})^4$

ثالثاً

١) إذا كان $\frac{1}{\sqrt{2}} = 1$ ، $1 = \text{ب}$ فأوجد قيمة $7\sqrt{1} + (1 - \text{ب})^2$

٢) إذا كان $\sqrt{3} = 1$ ، $\text{ب} = 3\sqrt{2}$ فأوجد قيمة:

١) $1 - \text{ب}$ ٢) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

٣) إذا كان $\sqrt{2} = 2$ ، $\text{ص} = 3$ فأوجد قيمة المقدار: $(\text{ص}^2 - 2)$

٤) إذا كان $(\sqrt{\frac{3}{2}})^3 = \frac{4}{9}$ فأوجد قيمة $(\frac{3}{2})^{\text{س}}$



قوانين القوى الصحيحة السالبة فى ح

تمارين (٢ - ٣)

أولاً: أكمل ما يأتى:

- ① أبسط صورة للمقدار: $٢^{صفر} + ٢^{-١} - \left(\frac{١}{٢\sqrt{٧}}\right)^٢ = \dots\dots\dots$
- ② إذا كانت $س = (٣ + \sqrt{٢})^٥$ ، $ص = (٣ - \sqrt{٢})^٥$ فإن $س \cdot ص = \dots\dots\dots$
- ③ $١ + ١^{-٤} = ١ + \dots\dots\dots$ حيث $١ \neq ٠$
- ④ إذا كانت $٢^س \times ٥^س = ١٠$ ، $٥ = ٢$ فإن $س = \dots\dots\dots$
- ⑤ إذا كانت $٤^س = \frac{١}{١٦}$ فإن $\sqrt[٧]{٧} = \dots\dots\dots$

ثانياً: اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة:

- ① إذا كان $(س - ٣) = ١^{-صفر}$ فإن $س \supset \dots\dots\dots$
 - أ $\{٣\}$ ب $\{٣\} - ٢$ ج $\{٣ -\}$ د $\{٣\}$
- ② $(\sqrt{٢} + \sqrt{٣})(\sqrt{٢} - \sqrt{٣})$ يساوى:
 - أ ١ ب ٥٧ ج $\sqrt{٦}$ د ٥
- ③ إذا كان $٣^س = ٥$ ، $\frac{١}{٣^ص} = ٧$ فإن $٣^{س+ص} = \dots\dots\dots$
 - أ $\frac{٥}{٧}$ ب $\frac{٧}{٥}$ ج ٢ د ١٢
- ④ إذا كان $٢^س \times ٣^{-١} = \frac{٩}{٤}$ فإن $س = \dots\dots\dots$
 - أ ٣- ب ١- ج ١ د ٣

ثالثاً: أوجد فى أبسط صورة قيمة كل مما يأتى:

- ① $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٣}\right)^٥$
- ② $٤^{-١}(\sqrt{٢}-) \times ٤^{-١}(\sqrt{٢})$
- ③ $\left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^٥ + \left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^٥$



رابعاً اختصر كلاً مما يأتي إلى أبسط صورة:

$$\frac{^7(10) \times ^2(10)}{^0,001 \times ^2(0,1)} \quad \text{ب)} \quad \frac{^{4-}(\sqrt{3}) \times ^{5-}(\sqrt{3})}{^{1-}(\sqrt{3})} \quad \text{ا)}$$

خامساً: أوجد قيمة س في كل مما يأتي:

$$^32 = ^52 \quad \text{ا)} \quad ^32 = ^52 \quad \text{ب)}$$

$$\frac{1}{9} = ^23 \quad \text{ج)}$$

$$^2\frac{1}{4} = ^{4-}(\frac{2}{3}) \quad \text{د)} \quad \frac{8}{125} = ^{1-}(\frac{2}{5}) \quad \text{هـ)}$$

سادساً

$$\text{ا) إذا كان } ^327 = ^4س + ص = 1 \text{ فأوجد قيمة س، ص.}$$

$$\text{ب) إذا كان: } 64 = \frac{^س9 \times ^س8}{^س(18)} \text{ فأوجد قيمة س}$$

$$\text{ج) اختصر: } \frac{^س29 \times ^{10}س4}{^س26} \text{ في أبسط صورة ثم احسب قيم الناتج عند س = 1}$$



العمليات الحسابية في القوي الصحيحة

تمارين (٢ - ٤)

١) أكمل ما يأتي:

١) $..... = ٢٤ + ٢٤ + ٢٤ + ٢٤$

ب) $\frac{1}{ب} \div \frac{ج}{د} = \frac{.....}{.....}$ حيث ب، ج، د $\neq ٠$.

ج) $..... = ٤ + ٥ \times ٣ \div ٦ - ٢ \times ٣$

د) $..... = \sqrt{٢} \times \sqrt{٢} + \sqrt{٣} \div (\sqrt{٣})$

هـ) إذا كان $\frac{١}{٢} = \frac{س٣ \times س٢}{س١٢}$ فإن س = ...

و) إذا كان $٦ = س٦$ فإن $٧ = ١ + س٦$ = ...

٢) إذا كان $٦٤ = \frac{س٩ \times س٨}{س(١٨)}$ فأوجد قيمة (٤) س

٣) إذا كان $١ = س٣ - ٤$ فأوجد قيمة س

٤) أوجد قيمة المقدار: $\frac{س٨ \times س(٢٧)}{س٢(\sqrt{٢} \times \sqrt{٣}) \times س٢(\sqrt{٣} \times \sqrt{٢})}$



تمارين عامة على الوحدة الثانية

أولاً : أكمل ما يأتي:

- ١ أبسط صورة للمقدار: $2^2 - 4 + 2^2 \times 2^2 = \dots\dots\dots$
- ٢ أبسط صورة للمقدار: $1^2(2-) \times 2^2 - 9 + 2^2(2-3) = \dots\dots\dots$
- ٣ أبسط صورة للمقدار: $2^2 - 3 \times 2^2 \times 2^2 = \dots\dots\dots$
- ٤ إذا كان: $3^3 + 3^3 + 3^3 = 1$ فإن $3 = \dots\dots\dots$
- ٥ $\frac{1}{4} = \frac{3^3 \times 3^3}{(12)^3}$ فإن $3 = \dots\dots\dots$

ثانياً: اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة:

- ١ المقدار: $\frac{3^3 \times 3^3 \times 3^3}{3^3 + 3^3 + 3^3}$ يساوي
 - أ $1 - 2^3$
 - ب $3^2 - 1^3$
 - ج $3^3 - 2^3$
 - د $3^3 - 3^2$
- ٢ القيمة العددية للمقدار: $\frac{1+2^2 \times 5 \times 1+2^2}{2^2 \times 10}$ تساوي
 - أ $\frac{1}{10}$
 - ب ٧
 - ج ١٠
 - د ١٠٠
- ٣ $5^3 + (5^2 - 5^1 + 5^0) = \dots\dots\dots$
 - أ ٥
 - ب ١٠
 - ج ١٥
 - د ٢٠
- ٤ قيمة المقدار: $2^2(3^2) - 1^2(3^2) + 3^2 = \dots\dots\dots$
 - أ صفر
 - ب ٩
 - ج $2^2(3^2)$
 - د $2^2(3^2)$
- ٥ إذا كان $6^3 = 11$ فإن $6^3 + 1 = \dots\dots\dots$
 - أ ١٢
 - ب ٢٢
 - ج ٦٦
 - د ٧٢

ثالثاً:

- ١ إذا كانت $3^2 + 2 = 3^2$ ، $3^2 - 2 = 3^2$ ، فأوجد قيمة المقدار: $\frac{3^2 - 2^2}{(3+2)^2}$ في أبسط صورة.
- ٢ إذا كان $\frac{8^3 \times 9^3}{18^3} = 64$ فأوجد قيمة 3 ثم أوجد قيمة 4 .



٣) إذا كان $س_٤ = \frac{س_٢ \times س_٦}{س_٣ \times س_٤}$ فأوجد قيمة س

٤) اختصر لأبسط صورة: $\frac{س_٤ \times س_٩}{س_٦}$ ثم احسب قيمة الناتج عند س = ١

٥) (الربط بالهندسة) إذا كانت المساحة الكلية لمكعب تساوي $١٠ \times ٣,٣٧٥$ سم^٢ فأوجد: ١) طول حرف المكعب. ٢) حجم المكعب.



٦) (الربط بالهندسة) إذا كان حجم المخروط الدائري القائم يعطى بالعلاقة: $ح = \frac{١}{٣} ط \times ع$ فأوجد ارتفاع المخروط ع إذا علم أن حجم المخروط $٧,٧ \times ١٠$ سم^٣ وطول قطر قاعدته ١٤ سم. [اعتبر $\pi \approx \frac{٢٢}{٧}$]



٧) (الربط بالهندسة) إذا كان حجم الكرة $ح = \frac{٤}{٣} \pi ر^٣$ فأوجد طول نصف قطر كرة حجمها $٣,٨٨٠,٨ \times ١٠$ سم^٣ [اعتبر $\pi \approx \frac{٢٢}{٧}$]



٨) إذا كان: $ح = \frac{١ - ر^n}{١ - ر}$ وكانت $١,٢٨ = ر$ ، $ح = ٦,٣٠٥ \times ١٠$ فأوجد ن.

٩) (الربط بالأعمال التجارية)

إذا كان $ح = م (١ + ر)^ن$ حيث (ح) جملة المبلغ م بالجنيه، (ر) ربح الجنيه في السنة، (ن) عدد السنوات. فأوجد (ح) لأقرب جنيه، حيث إن $م = ٢,٥ \times ١٠$ ، $ر = ٨,٩ \times ١٠$ ، $ن = ١٢$

١٠) الربط بالتكنولوجيا

لإيجاد ناتج المقدار: $\frac{٢(٣) \times ٢(\sqrt{٥}) \times ٢(١٥)}{٢(\sqrt{٥}) \times ٩}$ (الناتج = $\frac{٥}{٣}$)

إرشاد

تتبع الخطوات التالية باستخدام الآلة الحاسبة العلمية:

ابداً $\rightarrow 15 \times (-) 2 \times \sqrt{5} \times 3 \times 3 \times 3 \times (-) 3 =$





١) أوجد في أبسط صورة كلاً من: $(2 + 3\sqrt{7})'' (2 - 3\sqrt{7})''$

٢) إذا كان $\sqrt{7} = 2.64575$ ، $\sqrt{7} = 2.64575$ ، فأوجد قيمة: $\sqrt{7} - 2.64575$

٣) أوجد في أبسط صورة قيمة:

$$\frac{1}{10\sqrt{7}-13\sqrt{7}} + \frac{1}{13\sqrt{7}-11\sqrt{7}} - \frac{1}{11\sqrt{7}-9\sqrt{7}} + \frac{1}{9\sqrt{7}-7\sqrt{7}} - \frac{1}{7\sqrt{7}-5\sqrt{7}} + \frac{1}{5\sqrt{7}-3\sqrt{7}} - \frac{1}{3\sqrt{7}-1}$$

إرشاد: اضرب كل كسر في مرافق مقامه (بسطاً ومقاماً)

اختبار الوحدة الثانية

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة:

١) الرقم في خانة آحاد العدد 123×142 هو: ☐ ٢ ☐ ٣ ☐ ٤ ☐ ٥ ☐ ٦ ☐ ٧ ☐ ٨

٢) إذا كانت: $s \neq 0$ ، $s + \frac{1}{s} = 7$ فإن $s^2 + \frac{1}{s^2} =$ ☐ ١ ☐ ٣ ☐ ٥ ☐ ٧ ☐ ٩

ثانياً

١) اختصر لأبسط صورة كلاً مما يأتي:

$$\frac{8^{n-1} \times 32^{n-1}}{4^{n-1} \times 32^{n-1}} \quad \text{أ) } \frac{(-5\sqrt{7})^2 \times (2(5-))}{(-5\sqrt{7})^2 \times (2(5-))}$$

٢) أوجد قيم s في كل مما يأتي:

$$\frac{2}{3} + s = 5 \quad \text{أ) } \frac{2}{3} + s = 5 \quad \text{ب) } 5s - 2 = 0.0016$$

٣) إذا كان $(\frac{3}{4})^s = \frac{9}{4}$ فأوجد $(\frac{3}{4})^{10s}$

٤) السكان: إذا كان عدد السكان (ص) بالمليون في إحدى الدول يتحدد من العلاقة:

$$(ص) = 11,7(1,02)^s \text{ حيث } s \text{ عدد السنين بدءاً من عام } 2005.$$

فأوجد لأقرب مليون عدد السكان المتوقع لهذه الدولة ☐ عام 2011 ☐ عام 2000



الاحتمال تمارين عامة

١ صندوق به ٤٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٤٠ سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا ، ولوحظ العدد المكتوب عليها. أوجد احتمال:

- أ أن يكون العدد زوجيًا.
 ب أن يكون العدد يقبل القسمة على ٣.
 ج لا يقبل العدد القسمة على ١٠
 د أن يكون العدد زوجيًا ، ويقبل القسمة على ٣
 هـ أن يكون العدد أوليًا أقل من ٢٠

٢ يحتوي صندوق على ١٢ كرة حمراء، ١٨ بيضاء، ٢٠ زرقاء، سحبت كرة واحدة عشوائيًا. احسب احتمال:

- أ أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء.
 ب أن تكون الكرة المسحوبة حمراء.
 ج أن تكون الكرة المسحوبة صفراء.
 د أن تكون الكرة المسحوبة ليست حمراء.
 هـ أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو زرقاء.

٣ توضح البيانات التالية نتيجة استبيان حول وسائل المواصلات التي يستخدمها التلاميذ في الذهاب إلى المدرسة.

وسائل المواصلات	أتوبيس	سيارة خاصة	دراجة	سيرًا على الأقدام
عدد التلاميذ	٣	١٢	٢٤	٦٦

تم اختيار تلميذ عشوائيًا، احسب في صورة نسبة مئوية ، احتمال أن يذهب التلميذ إلى المدرسة:

- أ مستخدمًا أتوبيس.
 ب مستخدمًا سيارة خاصة.
 ج مستخدمًا دراجة.
 د سيرًا على الأقدام.

٤ في عملية إنتاج ٣٠٠ مصباح كهربائي كان عدد الوحدات المعيبة منها ١٨ وحدة



- أ ما احتمال أن تكون الوحدة معيبة؟
 ب ما احتمال أن تكون الوحدة صالحة؟
 ج هل يمكن أن تكون الوحدة معيبة وصالحة في الوقت نفسه ؟
 د أوجد مجموع احتمال أن تكون الوحدة معيبة، احتمال أن تكون الوحدة صالحة ماذا تلاحظ؟
 هـ إذا كان الإنتاج اليومي بهذا المصنع ١٦٠٠ مصباح كهربائي كم يكون عدد الوحدات الصالحة في هذا اليوم؟



٥ أثناء تدريبات فريق كرة القدم استعدادًا لخوض المباراة النهائية على كأس البطولة، سدد اللاعب الأول ١٥ ركلة جزاء فأحرز ١٢ هدفًا في حين سدد اللاعب الآخر ١٢ ضربة جزاء فأحرز منها ٩ أهداف. أى من اللاعبين يختاره المدرب لتسديد ضربة جزاء أثناء المباراة ؟ ولماذا؟

٦ قامت شركة إنتاج آلات حاسبة بسحب عينة عشوائية بعدد ٢٠٠ آلة حاسبة، وفحصت مكوناتها من ناحية الدوائر الإلكترونية فوجدت أن احتمال التالف منها ٦٪.

أ ما عدد الوحدات التالفة في هذه العينة؟

ب إذا كان الإنتاج الكلى للمصنع خلال هذا الشهر ١٥٠٠ آلة حاسبة. ما عدد الصالح منها للتوزيع؟

٧ ينتج مصنع ملابس نوعين من القمصان بإجراء دراسة لتعديل كمية الإنتاج وفق متطلبات السوق.

تم اختيار عينة عشوائية من مبيعات ٥ منافذ بيع للشركة حجم كل منها ١٠٠ قميص فكانت بياناتها كالتالى:

رقم المنفذ	١	٢	٣	٤	٥
مبيعات النوع الأول	٣٩	٨٢	٣٤	٢٢	٥٣
مبيعات النوع الثانى	٦١	١٨	٦٦	٧٨	٤٧

أ أى الأنواع الأكثر طلبًا؟ وبماذا تنصح الشركة؟

ب إذا كان الإنتاج الكلى لهذا المصنع ٤٠٠٠ قميص فهل يمكنك أن تتنبأ بعدد القمصان من النوع الأول؟

العدد	التقدير
٦	ممتاز
٩	جيد جدًا
١١	جيد
١٦	مقبول
٨	دون المستوى

٨ فصل به ٥٠ تلميذًا، كانت مستويات تقدير أداء التعلم لأحد الشهور كما بالجدول المقابل تم اختيار أحد التلاميذ عشوائيًا، احسب احتمال أن يكون تقديره.

أ ممتاز. ب جيد. ج دون المستوى. د أقل من جيد.

٩ يلعب ٣٠ مباراة بالدورى العام

وا احتمال تعادله ٠,٣ واحتمال فوزه ٠,٦.

أوجد:

أ عدد المباريات التى يمكن أن يتعادل فيها النادى.

ب عدد المباريات التى يمكن أن يخسرها هذا النادى.

١٠ فى إنتاج مصنع للملابس الجاهزة بمدينة العاشر من رمضان وجد أنه ينتج ٦٠٠٠ قطعة ملابس يوميًا، فإذا أخذت منهما عينة عشوائية حجمها ١٠٠٠ قطعة وتم اختبارها فوجد أن منها ٢٠ قطعة بها عيوب. كم عدد القطع التى بها عيوب فى المصنع فى ذلك اليوم؟



نشاط الوحدة الثالثة

في استطلاع رأى لعدد ١٠٠ طالب عن الالعب الرياضية التى يفضلون ممارستها تبين الآتى:

عدد الطلاب	اللعبة المفضلة
٤٤	كرة القدم
٢٧	كرة السلة
١٢	العب القوى
٤	تنس الطاولة
١٣	هوكى

١ أوجد احتمال أن يفضل الطالب

أ ممارسة لعبة كرة القدم

ب ممارسة لعبة كرة السلة

ج ممارسة العب القوى

د ممارسة تنس الطاولة

هـ ممارسة لعبة الهوكى

٢ وإذا كان عدد الطلاب ٦٠٠ طالب فما العدد المتوقع لممارسة لعبة الهوكى

اختبار الوحدة الثالثة (الاحتمال)

١ فى مشروع تعبئة الموالح للتصدير وجد أن ٣٠٪ من الثمار لاتصلح للتصدير لصغر حجمه. كم طنًا يمكن تصديره فى عشرة أيام إذا كان مقدار ما يرد يوميًا للمصنع ٢٠ طنًا من الموالح؟

٢ حقيبة بها ٣٢ كرة ملونة من نفس النوع والحجم، بعضها أحمر وبعضها أبيض وبعضها أخضر والباقى لونه أصفر. فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{3}{8}$ فكم عدد الكرات الحمراء فى هذه الحقيبة؟

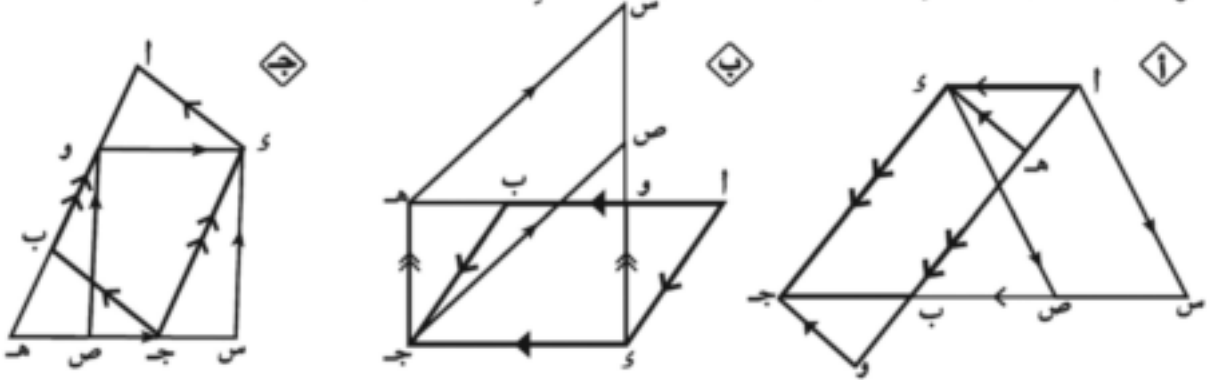


تساوى مساحتي متوازي أضلاع

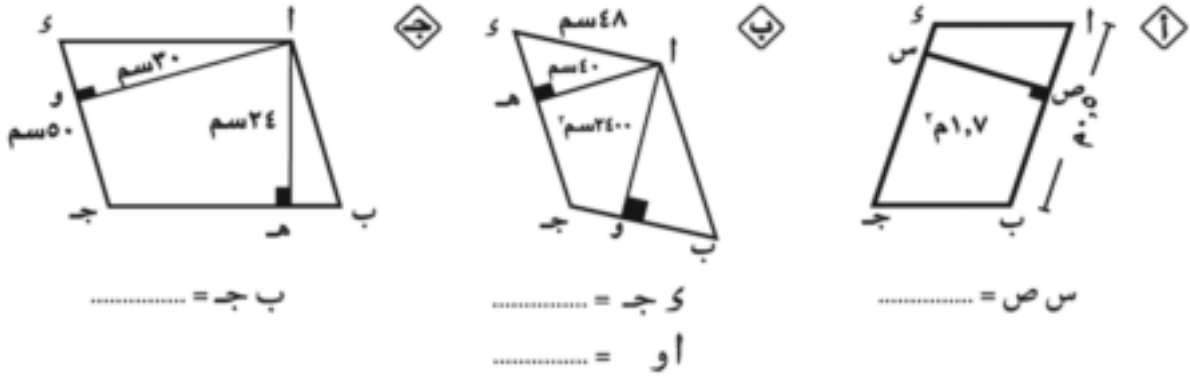
تمارين (٤ - ١)

أولاً :

١ في كل من الأشكال التالية بيّن أن متوازيات الأضلاع الثلاثة متساوية المساحة:



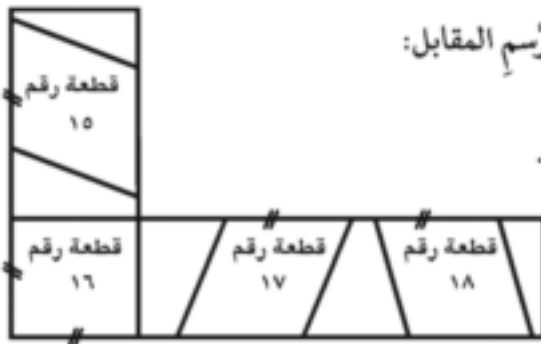
٢ أكمل



٣ في مشروع «ابن بيتك» تم تقسيم أرض البناء كما بالرّسم المقابل:

هل مساحة القطعة رقم ١٥ = مساحة القطعة رقم ١٦ ؟

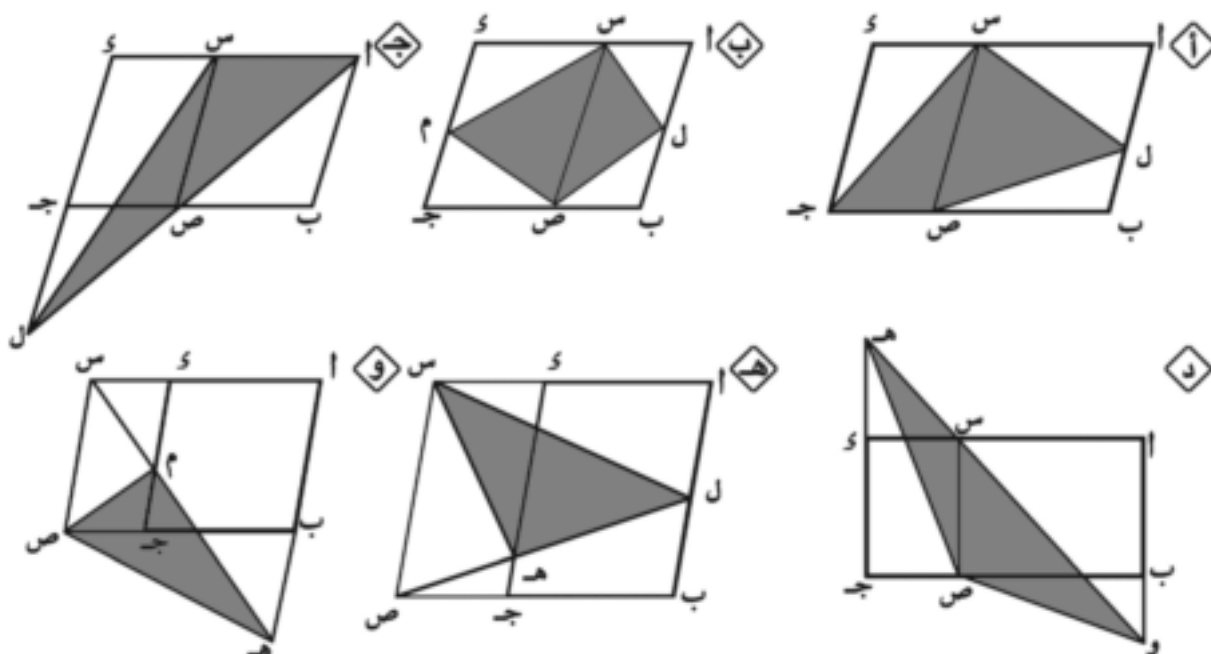
اذكر أرقام القطع المتساوية المساحة مفسراً إجابتك.



٤

في كل من الأشكال التالية $\overline{س} \parallel \overline{أب}$:

بين أن مساحة الشكل المظلل نصف مساحة متوازي الأضلاع $أب ج د$



٥ في الشكل المقابل: $أب ج د$ مثلث قائم الزاوية في $أ$ ، $أد \perp ب ج$

أكمل:

مساحة $\triangle أب ج د = \frac{1}{2} أب \times \dots\dots\dots$

مساحة $\triangle أب ج د = \frac{1}{2} ب ج \times \dots\dots\dots$

$\therefore أب \times \dots\dots\dots = ب ج \times \dots\dots\dots$

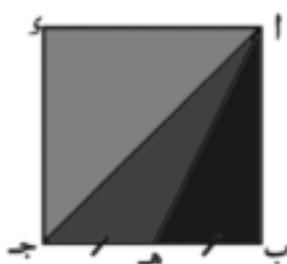
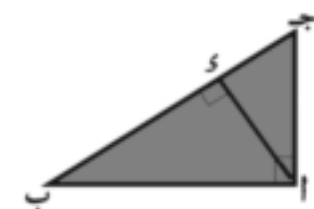
إذا كان $أب = ٤سم$ ، $أج = ٣سم$ ، فما طول $أد$ ؟ $\dots\dots\dots$

٦ في الشكل المقابل: $أب ج د$ مربع محيطه $٢٤سم$ ، $هـ$ منتصف $ب ج$

أكمل:

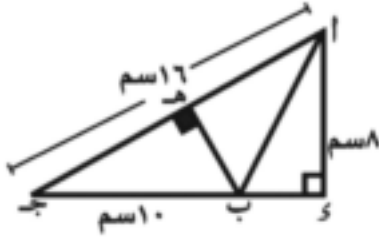
$أب = \dots\dots\dotsسم$ ، $ج د هـ = \dots\dots\dotsسم$

مساحة $\triangle أ هـ ج د = \dots\dots\dotsسم^2$



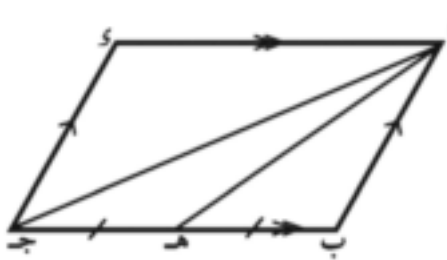
ثانيا :

١) في الشكل المقابل:

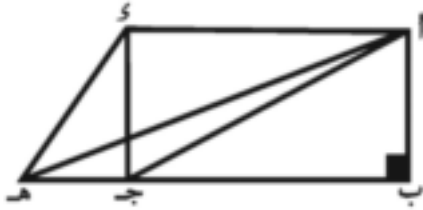


أى $\perp$ ج د ب، ب هـ $\perp$ ا ج د، ا ج د = ١٦ سم.
ب ج د = ١٠ سم، ا د = ٨ سم أوجد:
أولاً: مساحة $\triangle$ ا ب ج
ثانياً: طول ب هـ

٢) في الشكل المقابل:

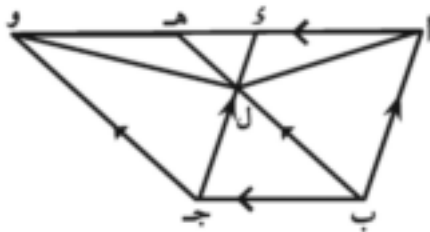


ا ب ج د متوازي أضلاع محيطه ٤٨ سم، ب ج د = ٢ ا ب،
مساحة $\triangle$ ا ب ج د = ٥٦ سم²
هـ منتصف ب ج د . أوجد:
أولاً: ارتفاع متوازي الأضلاع ا ب ج د
ثانياً: مساحة $\triangle$ ا هـ ج د



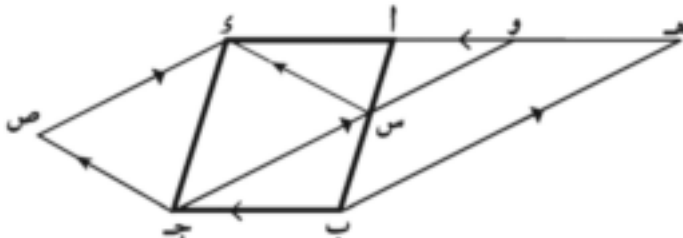
٣) في الشكل المقابل: ا ب ج د مستطيل، هـ $\exists$ ب ج د
برهن أن: مساحة $\triangle$ ا هـ د = مساحة $\triangle$ ا ب ج د

٤) في الشكل المقابل:



ا ب ج د، هـ ب ج د متوازي أضلاع،
ب هـ $\cap$ ج د = ل، ل = ا د، هـ $\exists$ ا د، هـ $\exists$ ا و
برهن أن:
أولاً: مساحة $\triangle$ ا ب ل = مساحة $\triangle$ و ج ل.
ثانياً: مساحة الشكل ا ب ج د = مساحة الشكل و ج ب ل

٥) في الشكل المقابل:



هـ د // ب ج د، س د // ج د ص
هـ ب // و ج د، س د // و ج د
و $\exists$ هـ د، ا $\exists$ هـ د

برهن أن: متوازيات الأضلاع هـ ب ج د و، ا ب ج د، س ج د متساوية المساحة.



تساوی مساحتی مثلثین

تمارين (٤ - ٢)

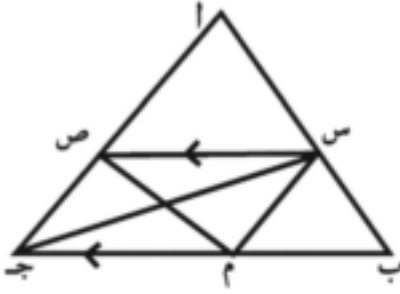
أولاً :

١) فی الشكل المقابل:

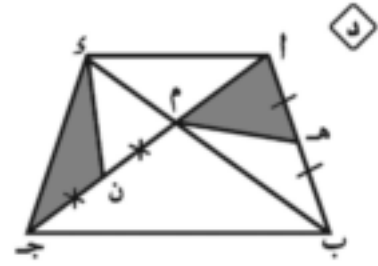
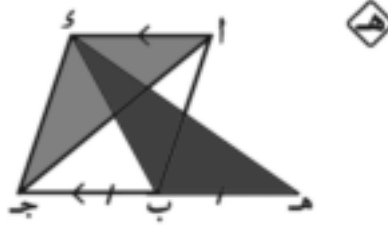
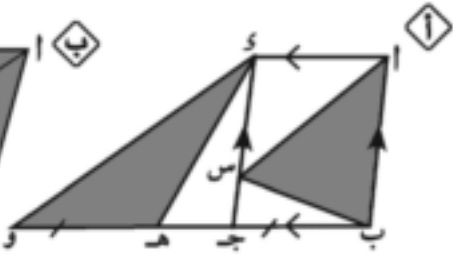
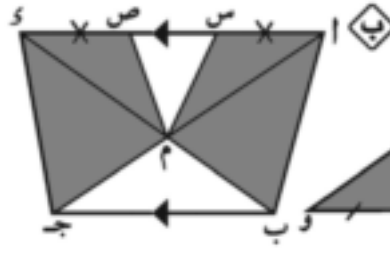
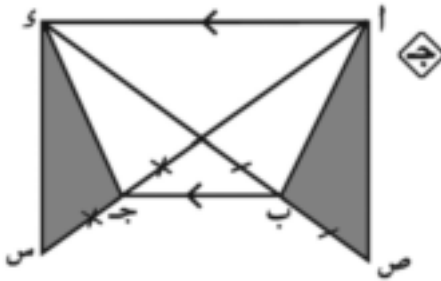
ا ب جـ مثلث ، س $\in$ ا ب ، ص $\in$ ا جـ
 $\overline{صم} \parallel \overline{بج}$ ، م $\in$ ب جـ

أكمل: مساحة $\triangle$ س م ص = مساحة

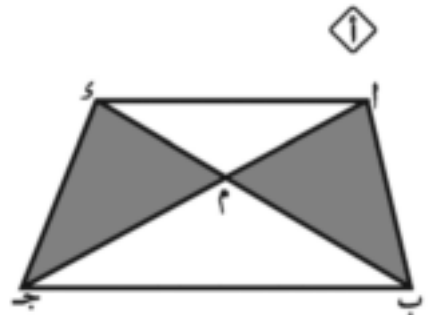
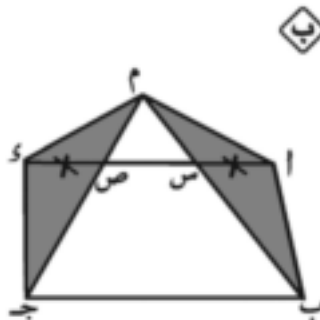
مساحة الشكل ا س م ص = مساحة لماذا؟



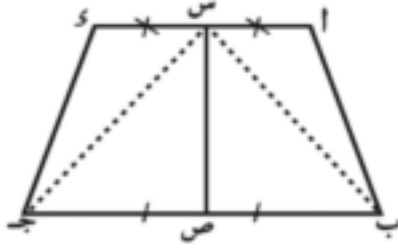
٢) فی کُلِّ من الأشكالِ التالية بيِّن أن الأشكالِ المظللة متساوية المساحة (استعن بالمعطيات على الرسم):



٣) فی کُلِّ من الأشكالِ التالية المثلثات الملونة لها نفس المساحة فسر لماذا يكون $\overline{ا س} \parallel \overline{بج}$ ؟



٤) في الشكل المقابل:



أ ب ج د شكل رباعي ، س منتصف $\overline{AB}$
ص منتصف $\overline{DC}$ بحيث كان :
مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل د ج ص س
برهن أن: $\overline{AS} \parallel \overline{DV}$

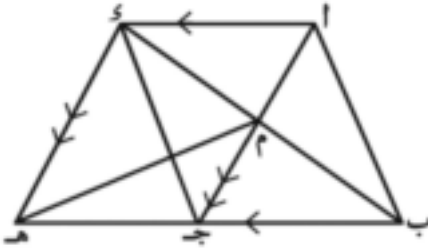
إرشاد للحل

ارسم ب س ، ج د

في $\triangle$ س ب ج ، س ص متوسط ماذا تستنتج؟
مساحة $\triangle$ أ س ب = مساحة لماذا؟
 $\overline{AS} \parallel \overline{DV}$ لماذا؟

ثانيا

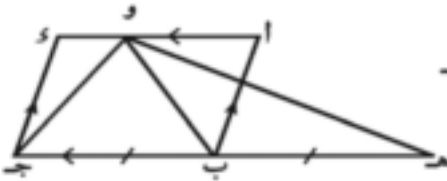
١) في الشكل المقابل:



$\overline{AS} \parallel \overline{DV}$ ، $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ ،
أ ج د $\cap$ ب د = م

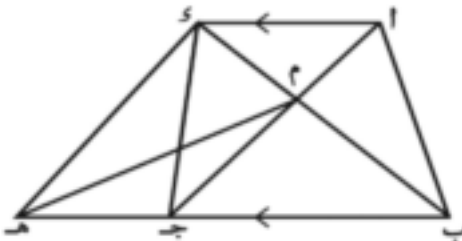
برهن أن:

٢) في الشكل المقابل:



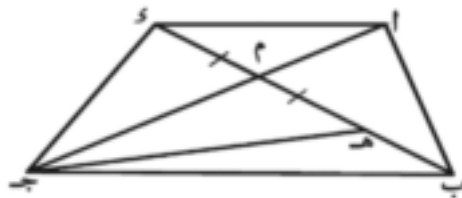
أ ب ج د متوازي أضلاع ، $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ ،
برهن أن:
مساحة $\triangle$ و ه ج د = مساحة $\triangle$ أ ب ج د

٣) في الشكل المقابل:



أ ب ج د شكل رباعي فيه $\overline{AS} \parallel \overline{DV}$ ،
ه د $\cap$ ب ج = م
مساحة $\triangle$ أ ب م = مساحة $\triangle$ ه ج د .
برهن أن: $\overline{AS} \parallel \overline{DV}$

٤) في الشكل المقابل:



أ ب ج د شكل رباعي تقاطع قطراه في م ،
ه د $\cap$ ب ج = م ،
مساحة $\triangle$ أ م ب = مساحة $\triangle$ ج د م .
برهن أن: $\overline{AS} \parallel \overline{DV}$



مساحات بعض الأشكال الهندسية

تمارين (٣ - ٤)

أولاً :

١) أوجد مساحة كل من الأشكال التالية:

- ١) معين طول ضلعه ١٢ سم وارتفاعه ٨ سم.
- ٢) معين طولاً قطريه ٨ سم، ١٠ سم.
- ٣) مربع طول قطره ٨ سم.
- ٤) معين محيطه ٥٢ سم وطول أحد قطريه ١٠ سم.
- ٥) معين محيطه ٦٠ سم وقياس إحدى زواياه 60° .

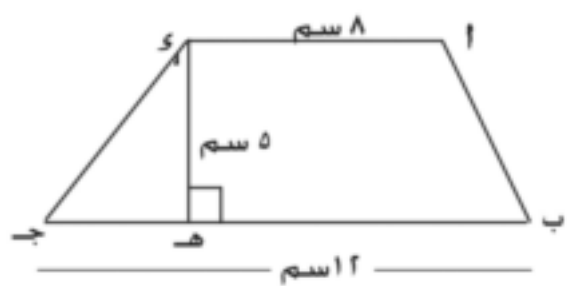
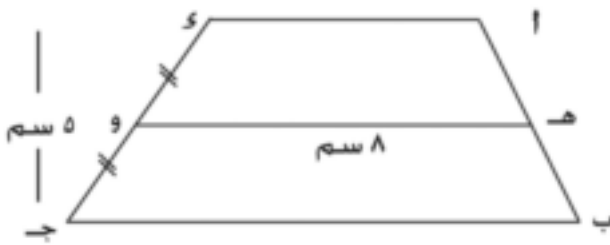
٢) أوجد طول القاعدة المتوسطة لشبه منحرف طولاً قاعدتيه ٧ سم، ١٣ سم.

٣) في كل من الأشكال الآتية :

استخدم المعلومات المعطاة علي الرسم لإيجاد مساحة الشكل :

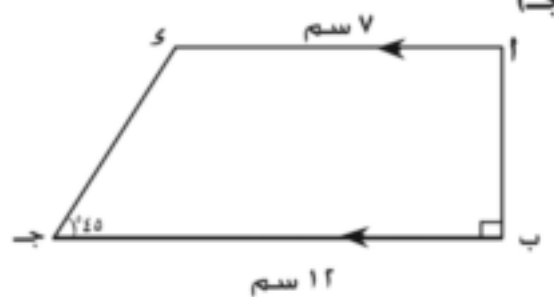
(ب)

(أ)



(د)

(جـ)

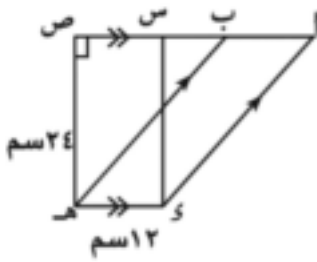


ثانياً :

- ١ شبه منحرف مساحته ٤٥٠ سم^2 وطول قاعدتيه المتوازيين ٢٤ سم ، ١٢ سم أوجد ارتفاعه.
- ٢ شبه منحرف مساحته ١٠٨ سم^2 وطول إحدى قاعدتيه المتوازيين ١٥ سم وارتفاعه ٨ سم أوجد طول قاعدته الأخرى.
- ٣ شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم^2 وارتفاعه ١٢ سم ، والنسبة بين طولي قاعدتيه $٢:٣$ فما طول كل منهما؟
- ٤ قطعنا أرض متساويتان في المساحة، الأولى على شكل معين طول قطريه ١٨ ، ٢٤ مترًا، والأخرى على متساويتان شكل شبه منحرف ارتفاعه ١٢ مترًا، أوجد طول قاعدتها المتوسطة.
- ٥ شبه منحرف متساوي الساقين مساحته ١٢٠ سم^2 ومحيطه ٦٠ سم ، فإذا كان طول قاعدته المتوسطة ٢٠ سم ، أوجد طول كل من قاعدتيه.
- ٦ ا ب ج د مستطيل فيه $أب = ٦ \text{ سم}$ ، $ب ج = ٨ \text{ سم}$ ، س، ص، ل، م منتصفات أضلاعه $أ ب$ ، $ب ج$ ، $ج د$ ، $د أ$ على الترتيب:
 ا برهن أن الشكل س ص ل م معين وأوجد مساحته.
 ب أوجد ارتفاع المعين س ص ل م.
- ٧ قطعة أرض على شكل شبه منحرف، النسبة بين طولي كل من قاعدتيه المتوازيين وارتفاعه كنسبة $٤:٢:٣$ على الترتيب أوجد طول قاعدته المتوسطة إذا كان مساحة سطحه ٤٠٠٠ سم^2 .



تمارين عامة على الوحدة الرابعة (المساحات)



١ في الشكل المقابل: $\overline{AB} // \overline{DE}$ ، S ، $V \in \overline{AB}$.

S و H ص مستطيل، $\overline{AI} // \overline{BH}$.

أولاً: أوجد مساحة الشكل ABH .

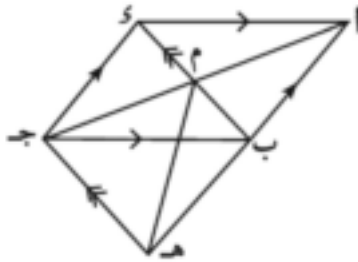
ثانياً: إذا كان $AI = 30$ سم فأوجد طول العمود النازل من B على AI .



٢ في الشكل المقابل: L م ن ه متوازي أضلاع.

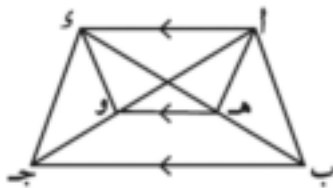
برهن أن: مساحة المثلث L ه و + مساحة المثلث M و ن =

مساحة المثلث L ه م.



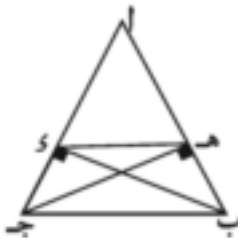
٣ AB ج د، B ه ج د متوازي أضلاع AB ج د $\cap$ B د = (M) .

برهن أن: مساحة المثلث AB د = مساحة المثلث M ه ج



٤ في الشكل المقابل: $\overline{AI} // \overline{BH} // \overline{HO}$

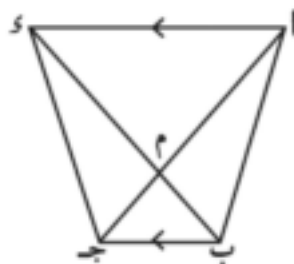
برهن أن: مساحة المثلث AB ه = مساحة المثلث Y ج و.



٥ في الشكل المقابل: $AB = AG$ ، B د $\perp$ AG ، $ج$ ه $\perp$ AB

أولاً: برهن أن $HI // BH$

ثانياً: مساحة المثلث AI ب = مساحة A ه ج



٦ في الشكل المقابل: $\overline{AI} // \overline{BH}$

برهن أن: مساحة المثلث AB م = مساحة مثلث Y م ج، وإذا كانت مساحة

المثلث M ب ج = 20 سم^2 ، ومساحة المثلث AB م = 3 أمثال مساحة المثلث

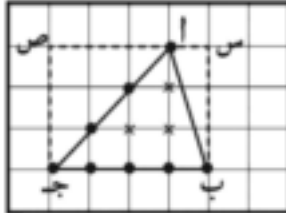
M ب ج، احسب مساحة المستطيل المنشأ على B ج بحيث تقع قاعدته

الأخرى على AI



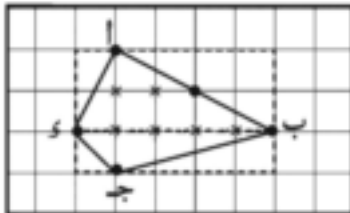
نشاط الوحدة الرابعة

استخدام قاعدة بيك Pik لحساب مساحة أى منطقة مضلعة.
باستخدام الشبكة التربيعية كيف يمكنك إيجاد مساحة أى منطقة مضلعة؟



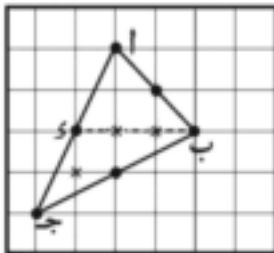
للإجابة على هذا السؤال لاحظ مايلي:
١ فى الشكل المقابل:

مساحة $\triangle$ أ ب ج = $\frac{1}{2}$ مساحة المستطيل س ب ج ص
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$ وحدة مربعة.



٢ فى الشكل المقابل:

مساحة الشكل أ ب ج د = مساحة $\triangle$ أ ب د + مساحة $\triangle$ ب ج د
 $= \frac{1}{2} \times 5 \times 1 + \frac{1}{2} \times 5 \times 2 = \frac{5}{2} + 5 = 7\frac{1}{2}$ وحدة مربعة.



٣ فى الشكل المقابل:

لإيجاد مساحة $\triangle$ أ ب ج نقسم الشكل إلى مناطق يمكن حساب مساحاتها.
∴ مساحة $\triangle$ أ ب ج = مساحة $\triangle$ أ ب د + مساحة $\triangle$ ب ج د
 $= \frac{1}{2} \times 3 \times 2 + \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3 + 3 = 6$ وحدات مربعة.

فى كل من الأشكال السابقة

لاحظ عدد النقاط على الصورة (●) التى تمثل نقطَ الشكل ، وتقع على رؤوس مربعات الشبكة، وتسمى « النقط الحدودية ح » وعدد النقاط على الصورة (×) داخل الشكل، وتسمى « بالنقط الداخلة د ».

أكمل الجدول التالى وطابق إجابتك:

المساحة	$1 - \frac{ح}{2} + د = م$	ح	د	
٦	$1 - \frac{٨}{2} + ٣$	٨	٣	الشكل الأول
$٧\frac{1}{2}$	$1 - \frac{٥}{2} + ٦$	٥	٦	الشكل الثانى
.....				الشكل الثالث

ارسم أشكالاً مختلفة على شبكة المربعات، واحسب المساحة هندسياً ، ثم تحقق من صحة الرسم

باستخدام قاعدة pick المساحة = عدد نقط داخل المضلع + $\frac{\text{عدد نقط المضلع}}{2} - 1$
لنوضح كيف يمكنك استخدام قاعدة بيك فى تطبيقات حياتية.



اختبار الوحدة الرابعة (المساحات)

١ أكمل:

١ مساحة المعين الذي طولاً قطريه ٦ سم، ٨ سم = ...

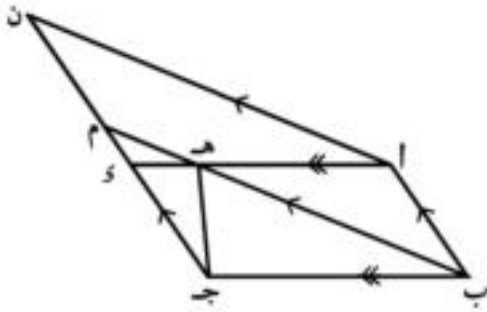
ب قطراً شبه المنحرف متساوي الساقين

ج مساحة شبه المنحرف الذي طول قاعدته المتوسطة ٧ سم، وارتفاعه ٦ سم = ...

د المثلثات التي قواعدها متساوية في الطول، والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون

هـ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى

و مربع مساحته ٥٠ سم^٢، فإن طول قطره = ... سم.



٢ في الشكل المقابل:

أ ب ج د، أ ب م ن متوازي أضلاع، برهن أن:

مساحة $\triangle$ هـ ب ج د = $\frac{1}{4}$ مساحة $\square$ أ ب م ن

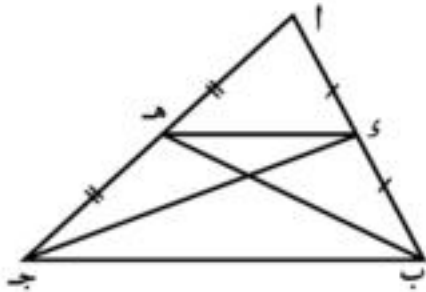
٣ في الشكل المقابل:

$\triangle$ أ ب ج فيه د منتصف أ ب، هـ منتصف ج د

برهن أن:

أولاً: مساحة $\triangle$ د ب ج د = مساحة $\triangle$ هـ ب ج د

ثانياً: د هـ // أ ب ج د

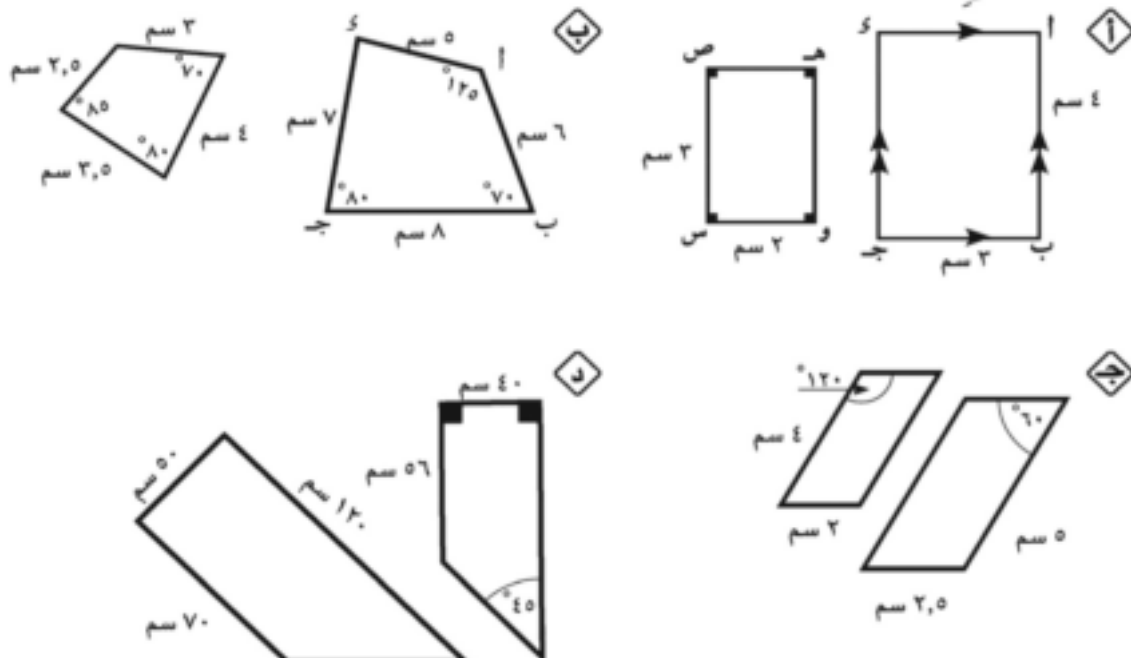


التشابه

تمارين (٥ - ١)

أولاً :

١) بين أيًا من أزواج المضلعات التالية متشابهة ولماذا؟ اكتب المضلعات المتشابهة بترتيب الرؤوس المتناظرة.

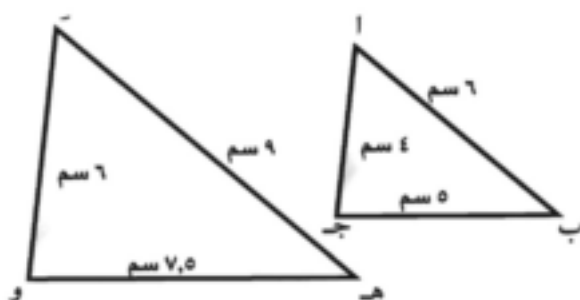


٢) استخدام المعطيات بالشكل المقابل

برهن أن :

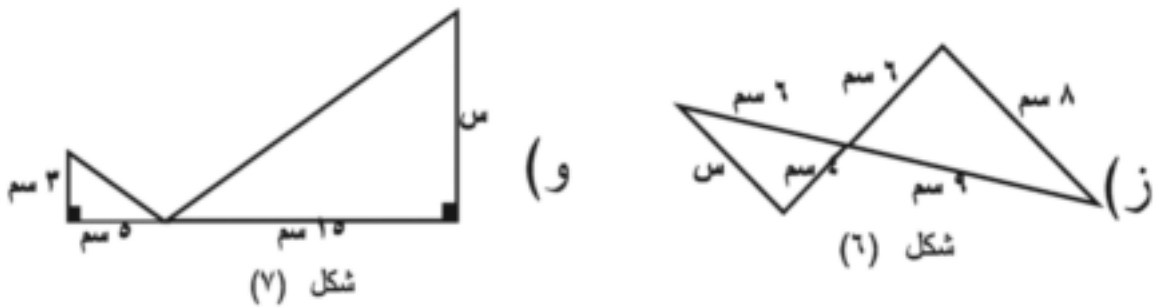
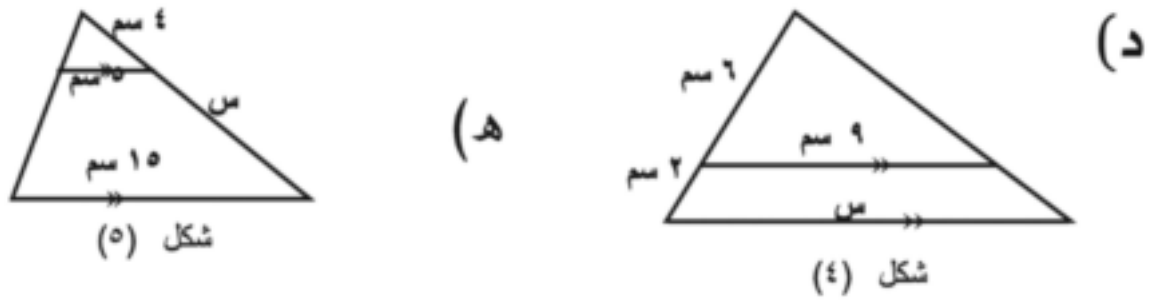
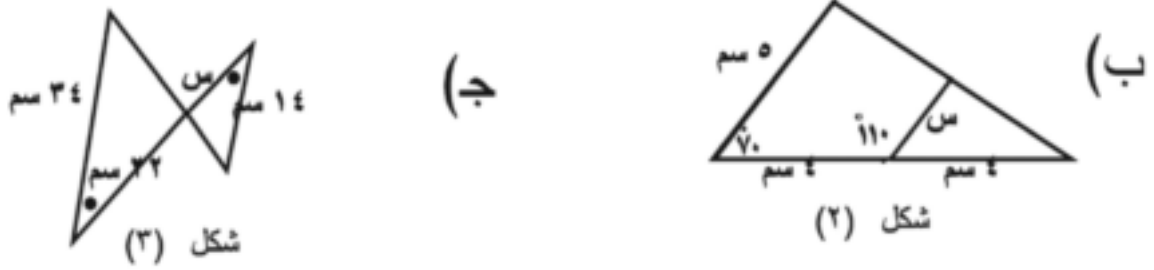
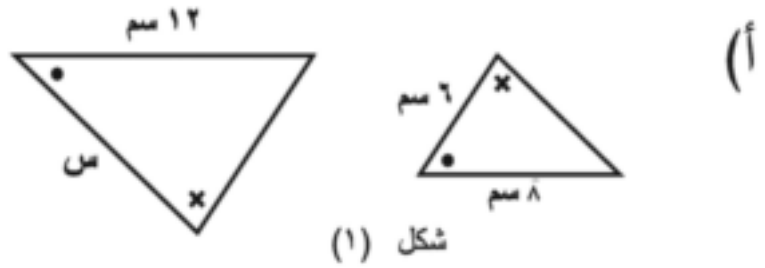
١) $\triangle ز ه و \sim \triangle ا ب ج$

ب) $\frac{\text{محيط } \triangle ز ه و}{\text{محيط } \triangle ا ب ج} = \text{نسبة التكبير}$

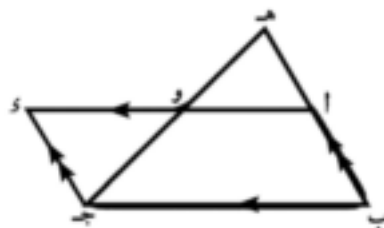
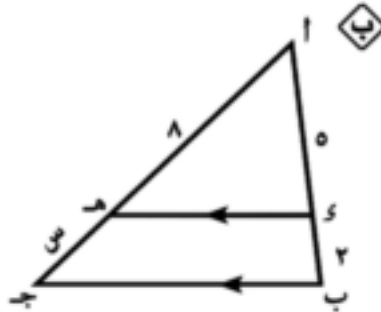


ثانياً :

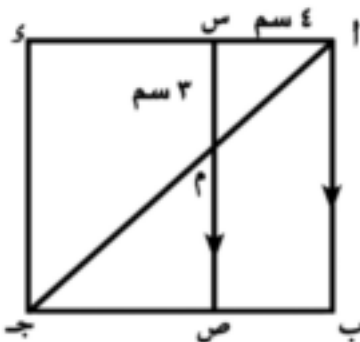
١ في كل من الأشكال الآتية :
إذا كانت أزواج المثلثات متشابهة فأوجد قيمة s .



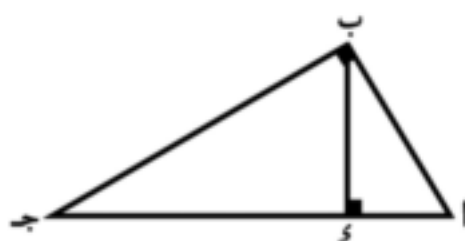
٢ في كل من الأشكال التالية أوجد القيمة العددية لكل من س، ص (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات)



٣ في الشكل المقابل: $AB \parallel DE$ متوازي أضلاع، $DE \parallel AB$
 $DE \parallel AB$ $\Rightarrow DE = AB$ (و) فإذا كان $AB = 10$ سم
 $AB = 4$ سم، و $DE = 6$ سم ثم أوجد طول كل من:
 AD ، DE ، AB و BC



٤ في الشكل المقابل: $AB \parallel DE$ مستطيل فيه $AD = 12$ سم
 $AD \parallel BC$ حيث $AD = 4$ سم، $BC \parallel AD$
ويقطع AD في M ، BC في N حيث $AM = 3$ سم.
١ برهن أن $\triangle ADM \sim \triangle BDN$
٢ أوجد محيط $\triangle BDN$
٣ هل الشكل $ABNM$ $\sim$ الشكل $DEMN$ ؟ ولماذا؟



٥ $AB \parallel DE$ قائم الزاوية في B ، فيه $AB = 3$ سم،
 $BC = 4$ سم، $DE \perp AC$.
برهن أن $\triangle ABC \sim \triangle ADE$
ثم أوجد طول كل من AD ، DE و AE



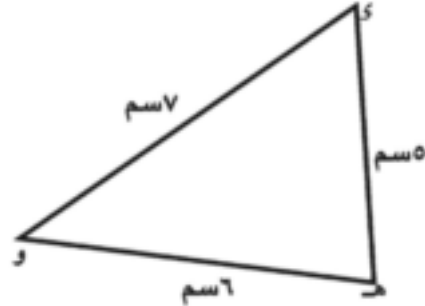
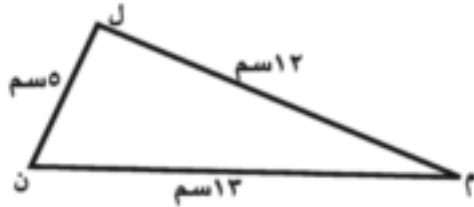
عكس نظرية فيثاغورث

تمارين (٥ - ٢)

١ أكمل ووضح أى المثلثات التالية قائم الزاوية:

ب

ا



$$..... = {}^2(م ن)$$

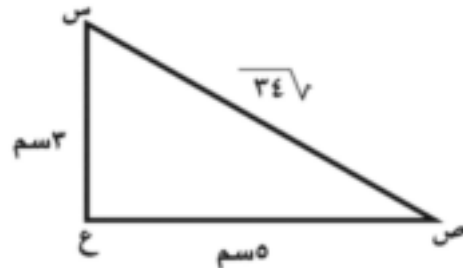
$$.... = {}^2(و ز)$$

$$..... = {}^2(ل ن) + {}^2(ل م)$$

$$... = {}^2(هـ و) + {}^2(هـ ز)$$

∴ المثلث

∴ المثلث



$$..... = {}^2(ا ج)$$

$$..... = {}^2(\sqrt{34} ص) = {}^2(س ص)$$

$$..... = {}^2(ب ج) + {}^2(ا ب)$$

$$..... = {}^2(ع ص) + {}^2(س ع)$$

∴ المثلث

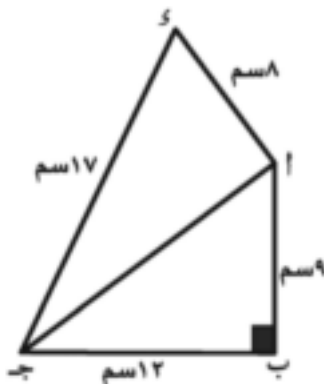
∴ المثلث

٢ في الشكل المقابل: ا ب ج د شكل رباعي فيه:

و (∠ ب) = ٩٠°، ا ب = ٩ سم، ب ج = ١٢ سم، ج د = ١٧ سم،

و ا = ٨ سم، أثبت أن:

و (∠ د ا ج) = ٩٠° ثم، أوجد مساحة الشكل ا ب ج د.



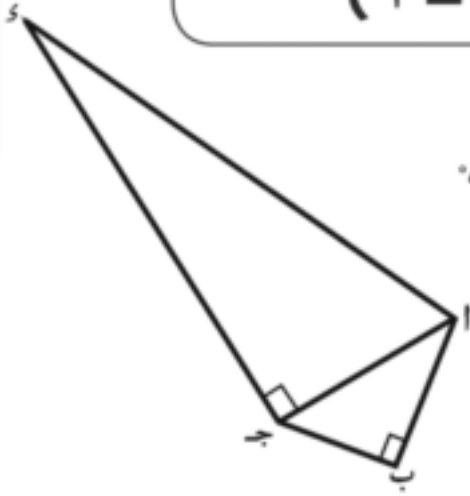
المساقط

تمارين (٥ - ٣)

أولاً :

١) في الشكل المقابل: $\angle \text{أ} = 90^\circ$ و $\angle \text{ب} = 90^\circ$ و $\angle \text{ج} = 90^\circ$
أكمل:

- Ⓐ مسقط $\overline{\text{أ ج}}$ على $\overline{\text{ب ج}}$ هو
- Ⓑ مسقط $\overline{\text{أ ج}}$ على $\overline{\text{ب ج}}$ هو
- Ⓒ مسقط $\overline{\text{أ ج}}$ على $\overline{\text{أ ب}}$ هو



٢) في الشكل المقابل:

أ ب ج مثلث فيه أ ب = أ ج = ٥ سم، ب ج = ٦ سم.

أوجد:

- Ⓐ طول مسقط أ ب على ب ج
- Ⓑ مساحة المثلث أ ب ج



٣)

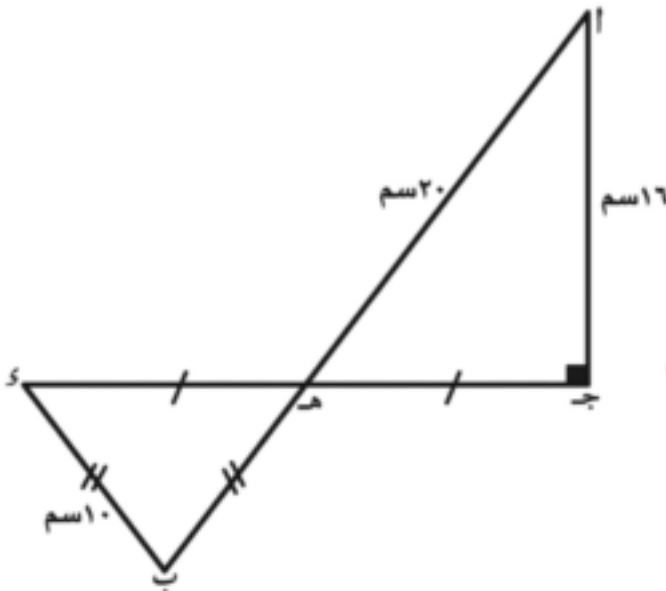
في الشكل المقابل:

أ ب $\cap$ ج د = هـ، هـ منتصف ج د

أ ج = ١٦ سم، أ هـ = ٢٠ سم، ب د = ١٠ سم

أوجد:

- أولاً: طول مسقط ب د على ج د
- ثانياً: طول مسقط أ ب على ج د

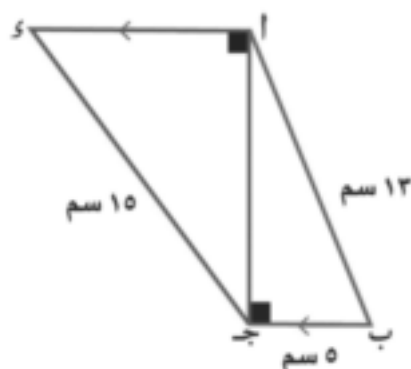


ثانياً :

١ أكمل الجدول الآتي:

المساقط	الشكل		
			مسقط $\overline{اج}$ على $\overline{ب ج}$
.....			مسقط $\overline{اب}$ على $\overline{ب ج}$
.....			مسقط $\overline{اج}$ على $\overline{اب}$
.....			مسقط $\overline{ب ج}$ على $\overline{اب}$

٢ في الشكل المقابل:

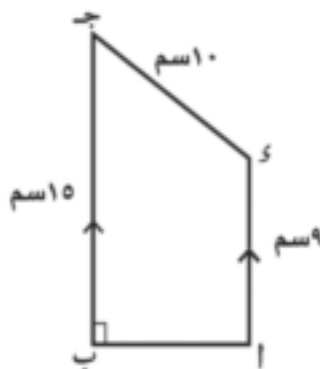


$\overline{اى} // \overline{ب ج}$ ، $\overline{اب} = 13$ سم، $\overline{ب ج} = 5$ سم، $\overline{جى} = 15$ سم،
 $\angle (اج ب) = 90^\circ$ و $\angle (اى ج) = 90^\circ$

أوجد:

- ١ طول مسقط $\overline{اب}$ على $\overline{اج}$
 ٢ طول مسقط $\overline{جى}$ على $\overline{اى}$

٣ في الشكل المقابل:



$\overline{اب جى}$ شبه منحرف فيه $\overline{اى} // \overline{ب ج}$
 $\angle (اب ج) = 90^\circ$ ، فإذا كان:

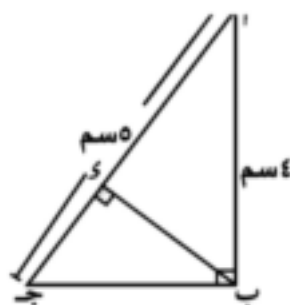
$\overline{اى} = 9$ سم، $\overline{جى} = 10$ سم، $\overline{ج ب} = 15$ سم

- أوجد: ١ طول مسقط $\overline{جى}$ على $\overline{ب ج}$
 ٢ طول مسقط $\overline{جى}$ على $\overline{اب}$



نظرية إقليدس

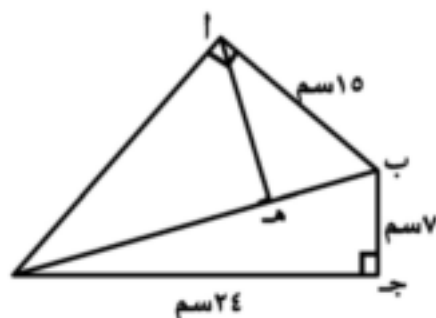
تمارين (٥ - ٤)



١ في الشكل المقابل $\triangle$ ا ب ج فيه: و $(\triangle$ ا ب ج) $= 90^\circ$ ،

ا ب = ٤ سم، ا ج = ٥ سم، ب ي $\perp$ ا ج أكمل:

- ا ب ج = ... سم
 ا ب ي = ... سم
 مساحة $\triangle$ ي ب ج = ... سم^٢



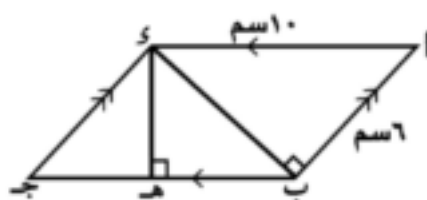
٢ في الشكل المقابل: ا ب ج ي شكل رباعي فيه:

و $(\triangle$ ا ب ج ي) $= 90^\circ$ و $(\triangle$ ا ب ا ي) $= 90^\circ$

ا ه $\perp$ ب ي، ب ج = ٧ سم، ج ي = ٢٤ سم، ا ب = ١٥ سم.

أوجد:

- ا طول كل من: ب ي، ا ي
 ب طول مسقط ا ب على ب ي
 ج طول مسقط ا ي على ا ه

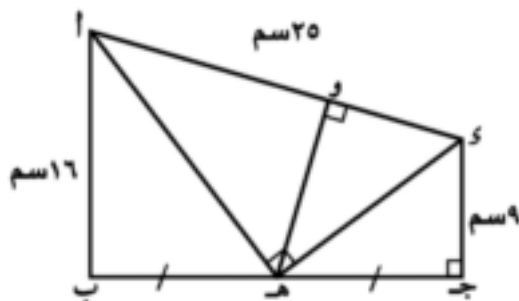


٣ في الشكل المقابل: ا ب ج ي متوازي أضلاع،

ا ب = ٦ سم، ا ي = ١٠ سم، ب ي $\perp$ ا ب،

رسم ي ه $\perp$ ا ب ج أوجد:

- ا مساحة متوازي الأضلاع ا ب ج ي.
 ب طول مسقط ي ب على ب ج.
 ج طول ي ه.



٤ في الشكل المقابل: ا ب ج ي شبه منحرف فيه

ا ب // ي ج، و $(\triangle$ ا ب ج) $= 90^\circ$ ،

ه منتصف ب ج، ا ب = ١٦ سم، ا ي = ٢٥ سم،

ي ج = ٩ سم، ا ه $\perp$ ه ي، ه و $\perp$ ا ي

أوجد: ا مساحة شبه المنحرف ا ب ج ي

- ب طول مسقط على ا ه على ا ي.



التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزاياه

تمارين (٥ - ٥)

حدد نوع الزاوية أ (حادّة أو قائمة أو منفرجة) في $\triangle$ أ ب ج إذا كان:

① أ ب = ٨ سم ب ج = ١٠ سم أ ج = ٦ سم

② أ ب = ١٢ سم ب ج = ١٣ سم أ ج = ٧ سم

③ أ ب = ٣ سم ب ج = ٧ سم أ ج = ٥ سم

④ أ ب = ٥ سم ب ج = ١٣ سم أ ج = ١٢ سم

⑤ أ ب = $\sqrt{3}$ سم ب ج = ٢ سم أ ج = ١ سم

⑥ أ ب = ٣ سم ب ج = ٥ سم أ ج = ٤ سم



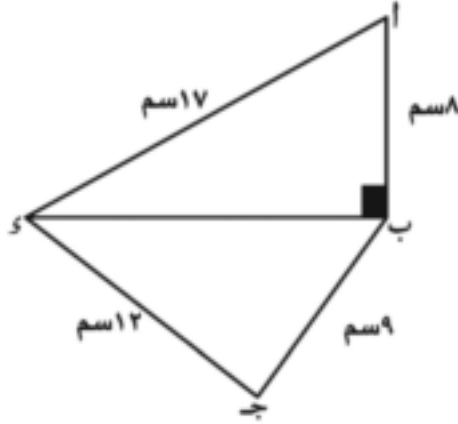
تمارين عامة على الوحدة الخامسة

١ حدد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في $\triangle$ جـ بـ حيث:

- أ) $\angle$ بـ = ٩ ، $\angle$ جـ = ١٠ ، $\angle$ جـ = ١٢
 ب) $\angle$ بـ = ٥ ، $\angle$ جـ = ١٢ ، $\angle$ جـ = ١٣
 ج) $\angle$ بـ = ٧ ، $\angle$ جـ = ١٦ ، $\angle$ جـ = ١٤

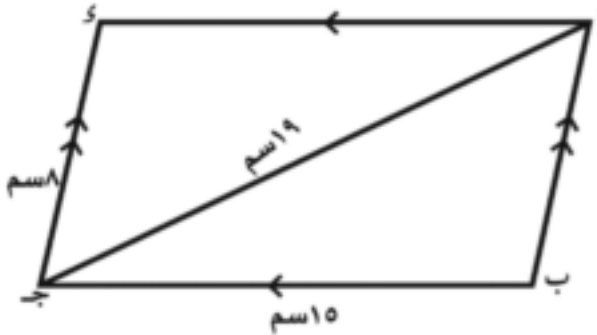
وبين نوع المثلث بالنسبة لزاياه.

٢ في الشكل المقابل:



- أ ب جـ $\triangle$ شكل رباعي فيه $\overline{AB} = 8$ سم، $\overline{BC} = 9$ سم،
 جـ $\angle$ بـ = ٩٠°، $\angle$ أ = ١٢°، $\angle$ جـ = ١٧°
 أوجد طول مسقط $\overline{AB}$ على $\overline{BC}$
 ب) بين نوع $\triangle$ ب جـ بالنسبة لزاياه.

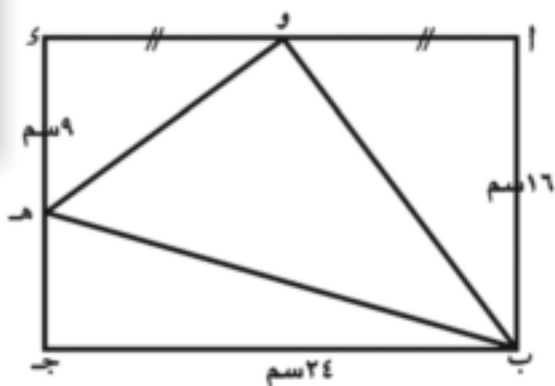
٣ في الشكل المقابل:



- أ ب جـ متوازي أضلاع فيه
 ب جـ = ١٥ سم، جـ = ٨ سم، $\angle$ جـ = ١٩°
 أثبت أن $\triangle$ ب جـ منفرجة.

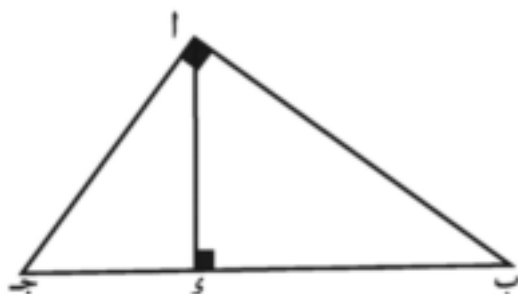
- ٤ في المثلث أ ب جـ: $\angle$ أ + $\angle$ ب + $\angle$ جـ = ١٨٠°، $\angle$ أ = ١٥°، $\angle$ جـ = ١٣°، رسم $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ جـ
 يقطعه في د وكان $\angle$ د = ١٢°، أوجد طول ب جـ





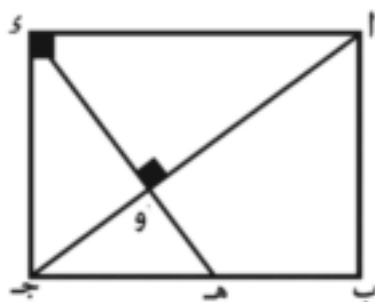
٥ في الشكل المقابل:

أ ب ج د مستطيل فيه $AB = 16$ سم،
 ب ج د = 24 سم، هـ د = 9 سم . بحيث
 هـ د = 9 سم، بين نوع $\triangle$ ب و هـ
 بالنسبة لزواياه.



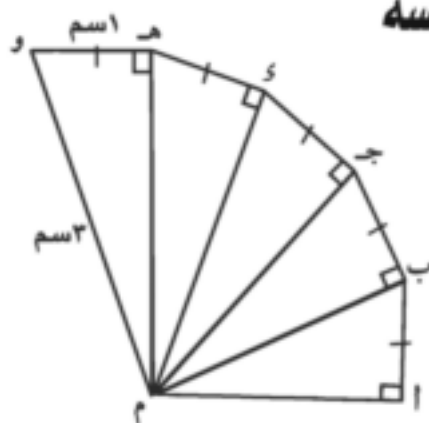
٦ في الشكل المقابل:

في $\triangle$ أ ب ج د: هـ د = 90° ،
 أ د $\perp$ ب ج د، أ ب = 8 سم، أ ج = 6 سم
 أوجد كلاً من ب د، ج د، أ د



٧ أ ب ج د مستطيل فيه أ ب = 30 سم، أ د = 40 سم
 هـ د $\perp$ أ ج د يقطع أ ج د في و، يقطع ب ج د في هـ
 أوجد طول كل من أ و، ك و، هـ ج

نشاط الوحدة الخامسة



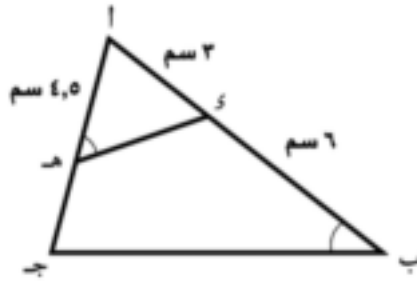
في الشكل المقابل:

أ ب = ب ج = ج د = د هـ = هـ و = و م = م و = 3 سم
 أوجد:

- ١ طول مسقط و م على هـ م
- ٢ طول مسقط ب م على أ م



اختبار الوحدة الخامسة



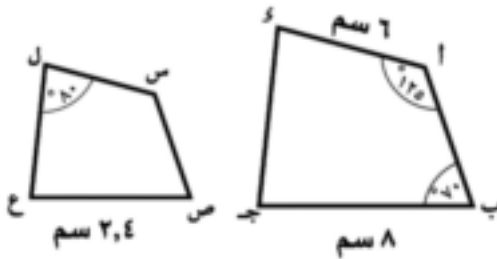
١ في الشكل المقابل:

وه $(\triangle ADE) = \text{وه} (\triangle ABC)$ ، $AD = 3 \text{ سم}$ ،

$AE = 4.5 \text{ سم}$ ، $BC = 6 \text{ سم}$

أولاً: برهن أن $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

ثانياً: أوجد طول DE



٢ في الشكل المقابل:

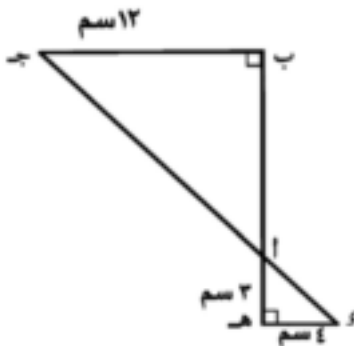
إذا كان الشكل $ABJ \sim$ الشكل $SCLE$.

١ احسب SC و $(\triangle BJS)$

٢ احسب طول SC ل وحدد نسبة التكبير.

٣ إذا كان محيط الشكل $ABJ = 26 \text{ سم}$

فما محيط الشكل $SCLE$.



٣ في الشكل المقابل:

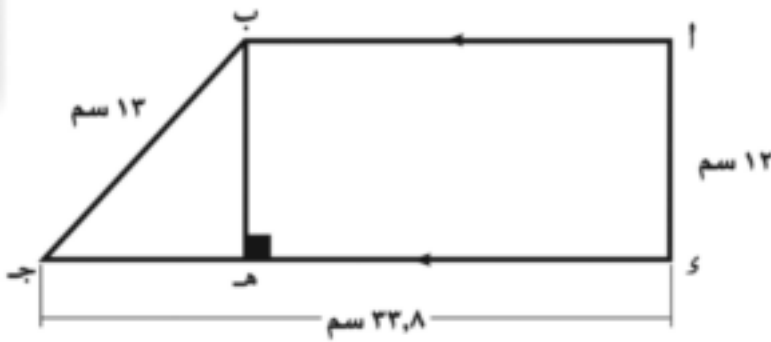
$\{1\} = \overline{SC} \cap \overline{AB}$

وه $(\triangle ABC) = \text{وه} (\triangle ADE)$ ، $AE = 4$

١ اثبت أن: $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

٢ أوجد: BC ، AB





٤ في الشكل المقابل:

أ ب ج د شبه منحرف فيه

أ ب // ج د ، أ د ⊥ ج د ،

أ د = ١٢ سم ، ب ج = ١٣ سم ،

ج د = ٢٣٫٨ سم ، ب هـ ⊥ ج د

أولاً : أوجد

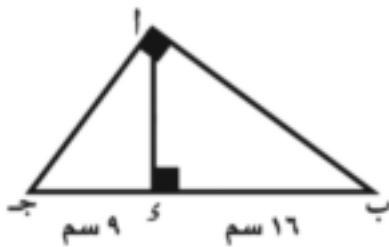
ب طول ج ب

أ طول كل من ج هـ ، أ ب

د مساحة شبه المنحرف أ ب ج د

ج طول مسقط ج د على أ ب

ثانياً: أثبت أن: $\angle \text{ج ب د} = 90^\circ$



٥ في الشكل المقابل

أ ب ج د قائم الزاوية في أ ،

أ د ⊥ ب ج ، ب د = ٩ سم ، د ج = ١٦ سم

أوجد طول كل من أ ب ، أ ج ، أ د

واحسب مساحة المثلث أ ب ج



نماذج امتحانات الجبر والاحتمال

النموذج الأول

[١] أكمل ما يأتي :

إذا كان $٢س + ١ = ١$

فإن $س = \dots\dots\dots$

(٢) إذا كان $س + س = ٤$ ، $س - س = ٢$ فإن $س^٢ - س^٢ = \dots\dots\dots$

(٣) مجموعة حل المعادلة $س^٢ - ١ = ٨$ حيث $س \in م.م.$ هي $\dots\dots\dots$

(٤) إذا كان $س^٢ = ٣$ فإن $٨ - س = \dots\dots\dots$

(٥) مجموعة حل المعادلة $س^٢ - ٣ = ٠$ في $ح$ هي $\dots\dots\dots$

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $\frac{٥٦ \times ٢٥}{٥٦٥} = \dots\dots\dots (\frac{١}{١٢٥}, \frac{١}{٢٥}, ٢٥, ١٢٥)$

(٢) $ص - ص = \dots\dots\dots (ص, ط, \emptyset, \{٠\})$

(٣) حجم مكعب طول حرفه $٣سم = \dots\dots\dots سم^٣$
(٩, ٢٧, ٨١)

(٤) إذا كان المقدار الثلاثي $س^٢ + ل + س + ٣٦$ مربع كامل فإن $ل$ تساوي :

($٦ \pm$ ، $٨ \pm$ ، $١٢ \pm$ ، $١٨ \pm$)

(٥) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوي فإن احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٣ يساوي :

($\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٤}$)

(٦) إذا كان $(\frac{٥}{٣})^س = \frac{٢٧}{١٢٥}$ فإن $س = \dots\dots\dots$

(٥- ، ٣- ، ٣ ، ٥)

[٣] حل كلا من المقدارين الآتية :

$$(ب) ٣ + س٧ + س^٢$$

$$(د) ١٥ + س٨ + س^٢$$

$$(س) ٢١ - س٣ + ٢٧ - س$$

$$(ح) ١ - س٣$$

[٤] (١) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٥٢٦ \times ٥٤}{٥٢٣ \times ٥٤}$

(ب) أوجد مجموعة الحل للمعادلة الآتية حيث $س \in ح$: $س^٢ - ٨س + ١٢ = ٠$



اللون الأحمر ، فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{2}{3}$ فأوجد العدد

(ب) إذا كان $u_3 = 27$ ، $u_4 + u_5 = 1$ فابعد قيمتي u ، v .

[۱] اکمل ما یاتی :

$$(1 + 2 + \dots) (2 - \dots) = \dots - 2 (2)$$

(٤) إذا كان $\frac{u}{g} = 6$ فإن $s = \dots\dots\dots$

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(۱) إذا كان $s^2 = 8$ فإن $\frac{v}{s} = \dots\dots\dots$

$$(v, \frac{1}{v}, \frac{1}{\lambda}, \lambda)$$

(٢) المقدار س' + س + ١ يكون مربعاً كاملاً إذا كانت ١ تساوى :

(17) $\lambda \in \mathbb{R}$ is a scalar and $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$ is a vector.

(٣) مجموعة حل المعادلة $S^2 - S = 0$ هو :

$$(\{1\}, \{1, \cdot\}, \emptyset, \{\cdot\})$$

(٤) في الشكل المقابل :

الجزء المظلل يمثل الدائرة

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6} \right)$$

(٥) إذا كان $١ = س٣ + س٣ + س٣$ فإن $س = \dots\dots\dots$

$$\left(1, \frac{1}{\varphi}, \dots, 1-\right)$$

(٦) إذا كان $\frac{1}{2} = 11$ فإن $\frac{1}{2} = 11$

(YY, 77, 22, 12)

[۳] حلل کلاً مما یأتی :

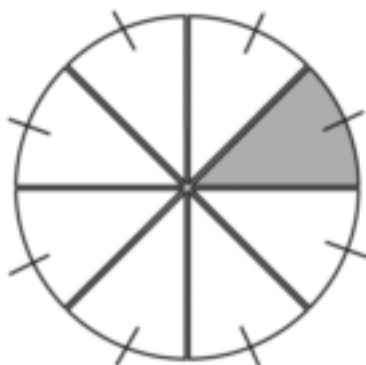
$$A + {}^2_2\text{He} \quad (2)$$

$$q = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$12 + 5 - 1 = 16 \quad (4)$$

(۳) سی ۱ - سی ۵

[٤] (٢) أوجد مجموعة الحل في $\mathbb{C}$ للمعادلة : $z^3 - 6z^2 + 11z - 6 = 0$.



$$(ب) \text{ اختصر لأبسط صورة : } \frac{{}^2_4(3) \times {}^0_4(2\sqrt{3})}{({}^2_4\sqrt{3}) \times 3}$$

$$[٥] (٢) \text{ إذا كان } \frac{1}{4} = \frac{{}^3_3 \times {}^2_3}{{}^3_3(12)} \text{ فأوجد قيمة س}$$

(ب) كيس به عدد من الكرات المتماثلة منها ٢ باللون الأخضر ، ٤ باللون الأزرق

والباقي باللون الأحمر ، فإذا كان احتمال سحب كرة باللون الأخضر هو $\frac{1}{6}$

فأوجد عدد الكرات الحمراء .

النموذج الثالث (لطلاب المدمجين)

س ١ - اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس

(١) مجموعة حل المعادلة في ح س $25 + {}^1_5 = \dots\dots\dots$ هي

(أ) $5 \pm$ (ب) ٥ (ج) $5 -$ (د) $\emptyset$

(٢) إذا كان المقدار س ${}^1_7 + أ$ س ${}^9_9$ مربعا كاملا فإن $\dots\dots\dots =$

(أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ٩ (د) ١٨

(٣) إذا كان «س - ١» أحد عوامل المقدار س ${}^4_3 -$ س ${}^3_3$ فإن العامل الآخر هو $\dots\dots\dots$

(أ) (س + ٣) (ب) (س + ١) (ج) (س - ٣) (د) (س - ٤)

(٤) إذا كان $(\frac{5}{3})^3 = (\frac{3}{5})^7$ فإن س $\dots\dots\dots =$

(أ) ٢- (ب) ٢ (ج) $\frac{1}{2}$ (د) $\frac{1-}{2}$

(٥) احتمال الحدث المؤكد $\dots\dots\dots =$

(أ) صفر (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) ١ (د) ٢

س ٢ صل من العمود «أ» ما يناسبه من العمود «ب»

«أ»	«ب»
(١) إذا كان أ ${}^1_7 -$ ب ${}^1_5 = ١٥$ ، أ + ب = ٣	• ٥
فإن أ - ب = $\dots\dots\dots$	• ٦
(٢) إذا اختير عشوائيا أحد أرقام العدد ٣٧٤٥٠ فإن	• $\frac{2}{5}$
احتمال أن يكون الرقم المختار زوجيا = $\dots\dots\dots$	• صفر
(٣) إذا كان (س + ٣ ص) ${}^1_7 =$ س ${}^1_7 +$ ك س ص + ص ${}^1_7$	• $\frac{1}{4}$
فإن ك = $\dots\dots\dots$	
(٤) ${}^2_4 + {}^2_4 + {}^2_4 + {}^2_4 = \dots\dots\dots$	
(٥) احتمال الحدث المستحيل = $\dots\dots\dots$	



س ٣ أكمل ما يلي :

- (١) س^٢ - ص^٢ = (..... -) (..... + ...)
- (٢) ص^٢ - ٨ = (..... -) (س^٢ + ٢ + س + ...)
- (٣) س^٢ - ٥ + س + ٦ = (س -) (٣ -)
- (٤) (س + (أ + ب)) + ص = (..... + ...) (..... + ...)

س ٤ - ضع علامة (✓) أو (X)

- (١) مدرسة بها ٣٢٠ تلميذا وتلميذة إذا كان احتمال أن يكون التلميذ المئالي ولدا هو ٠,٦ فإن عدد البنات = ١٢٨ ()
- (٢) إذا كان $٣^٣ = ٢٧$ فإن س = $\frac{١}{٣}$ ()
- (٣) سحبت بطاقة عشوائية من بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ فإن احتمال أن تكون البطاقة تحمل عددا فرديا أكبر من ٣ هو $\frac{٣}{١٠}$ ()
- (٤) العدد الحقيقي الموجب الذي إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج ٢٨ هو ٤ ()
- (٥) مجموعة حل المعادلة في ح س (س - ٣) (س + ٥) = ... هو {٥، ٣، ٠} ()

س ٥ أكمل الحل ليصبح المقدار $\frac{٢^٤ \times ٦^٢}{٢^٣ \times ٢^٤}$ في أبسط صورة

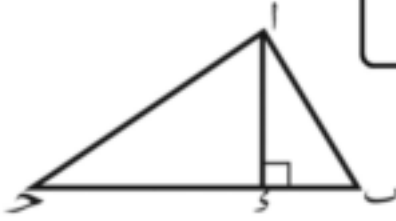
$$\frac{٢^٣ \times ٢^٢ \times \dots \times ٢}{٢^٣ \times ٢^٤} = \frac{٢^٢ (٣ \times \dots) \times ٢^{\dots}}{٢^٣ \times ٢^٤}$$

$$\dots - ٢^٢ \times \dots - ٢^{\dots} = \dots = \dots \times \dots = \dots$$



نماذج امتحانات الهندسة

النموذج الأول



[١] أكمل ما يأتي :

(١) في الشكل المقابل :

$$AB \times \dots = AC \times AD$$

(٢) في ΔABC إذا كان $AC^2 = AB^2 + BC^2$ فإن $\angle C = \dots^\circ$

(٣) إذا كانت النقطة P على المستقيم l فإن مسقط P على المستقيم m هو

(٤) مساحة الدائرة التي طول قطرها 14 سم = ... سم^٢

$$\left(\frac{22}{7} \approx \pi\right)$$

(٥) شبه منحرف طولاه قاعدتيه 8 سم ، 10 سم وارتفاعه 5 سم تكون مساحته = ... سم^٢

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :-

(١) في ΔABC إذا كان $AC^2 = AB^2 + BC^2$ فإن زاوية C تكون :

(أ) حادة (ب) قائمة (ج) منفرجة (د) مستقيمة

(٢) معين طولاه قطريه 6 سم ، 10 سم تكون مساحته بالسم^٢ =

(أ) 60 (ب) 30 (ج) 15 (د) 10

(٣) مضعان متشابهان النسبة بين طولي ضلعي متناظرين فيهما $3 : 5$ تكون النسبة بين محيطيهما هي :

(أ) $25 : 1$ (ب) $3 : 5$ (ج) $5 : 3$ (د) $1 : 2$

(٤) شبه منحرف مساحته 100 سم^٢ وارتفاعه 5 سم تكون طول قاعدته المتوسطة بالمستقيمرات تساوي :

(أ) 20 (ب) 30 (ج) 40 (د) 50

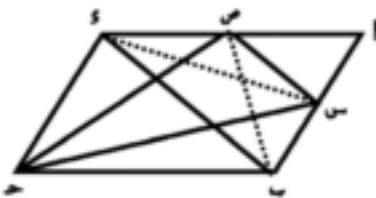
(٥) AB و CD متوازي أضلاع ، فيه $\angle A = 70^\circ$ فإن $\angle B = \dots^\circ$

(٦) قياس إحدى زوايا الخماسي المنتظم = ...

(أ) 90° (ب) 108° (ج) 120° (د) 140°

[٣] (١) مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما 3 سم ، 4 سم ، 5 سم ومحيط الآخر

36 سم . أوجد أطوال أضلاع المثلث الآخر .



(ب) في الشكل المقابل :

AB و CD متوازي أضلاع ،

$EF \perp AD$ ، $EG \perp BC$ بحيث كانت

$EF = EG$ (أ) ΔABC أثبت أن : $EF \parallel EG$



[٤] (٢) في الشكل المقابل :



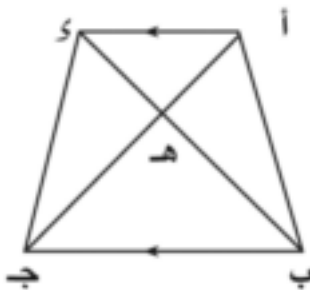
٢ سم = BP ، ٨ سم = PC ، ٤ سم = AP

أثبت أن: $\angle BPC = 90^\circ$

(ب) $\triangle ABC$ متوازي أضلاع فيه $BP = 18$ سم ، $AP = 15$ سم ،

$BC = 12$ سم، رسمت $AP \perp BP$ ، $BP \perp PC$.

أحسب مساحة $\triangle ABC$ وطول AP .



[٥] (أ) اـحـر مثلث فيه $\angle A = 50^\circ$ ، $\angle B = 60^\circ$

رتب أطوال أضلاع المثلث ترتيباً تنازلياً

(ب) في الشكل المقابل :

اـحـر شكل رباعي فيه

$\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ ، $\overline{AD} \cap \overline{BC} = \{H\}$

اثبت ان : مساحة $\triangle ABH =$ مساحة $\triangle CDH$

النموذج الثاني

[١] أكمل ما يأتي :

(١) يتشابه المضلعان إذا كانت الأضلاع المتناظرة ، الزوايا المتناظرة.....

(٢) معين مساحته ٢٤ سم^٢ وطول أحد قطريه ٨ سم فإن طول القطر الآخر يساوي ... سم

(٣) إذا كان $\triangle ABC$ فيه : $\angle A = 60^\circ$ ، $\angle B = 70^\circ$ ، فإن $\triangle ABC$ يكون

قائم الزاوية في

(٤) الأطوال ٦ سم ، ٨ سم ، ١١ سم تصلح أن تكون أضلاع مثلث الزاوية.

(٥) مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة $\times$

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) شبه منحرف طولاً قاعدتيه المتوازيين ٦ سم ، ٨ سم فإن قاعدته المتوسطة طولها بالسم =

(أ) ٤٨ (ب) ٢٤ (ج) ١٤ (د) ٧

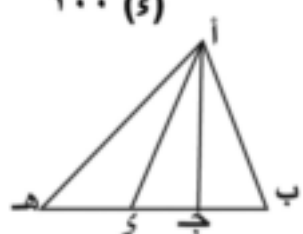
(٢) مضلعان متشابهان النسبة بين طولي ضلعي متناظرين فيهما ١ : ٣ فإذا كان محيط

المضلع الأصغر ١٥ سم فإن محيط المضلع الأكبر = ... سم

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (ج) ٦٠ (د) ٧٥



- (٣) مثلث مساحته ٢٤ سم^٢ وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته بالمسم =
 (١) ١٦ (ب) ٦ (ج) ٣ (د) ٢
 (٤) Δ $\triangle ABC$ حقايم الزاوية في ب ، $\overline{AS} \perp \overline{BC}$ فإن مسقط $\overline{AS}$ على $\overline{BC}$ هو :
 (١) {٢} (ب) {٦} (ج) {٣} (د) {٥}
 (٥) مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته بالمسم^٢ =
 (١) ٢٠ (ب) ٢٥ (ج) ٥٠ (د) ١٠٠



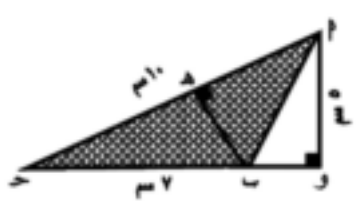
(٦) عدد المثلثات في الشكل المقابل = ...

[٣] في الشكل المقابل :

$\overline{AS} \perp \overline{BC}$ ، $\overline{AS} \perp \overline{BC}$ ،

$AS = ١٠$ سم ، $BS = ٧$ سم ،

$AS = ٥$ سم . أوجد : أولاً : طول $\overline{BC}$

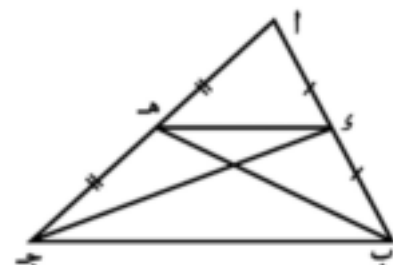


ثانياً : $m\angle BAC$

[٤] (١) $\triangle ABC$ متوازي أضلاع فيه $AB = ٨$ سم ، $AC = ٢٠$ سم ، $BC = ١٢$ سم

اثبت أن $\angle C = ٩٠^\circ$ ثم أوجد مساحة متوازي الأضلاع $\triangle ABC$.

(ب) في الشكل المقابل:

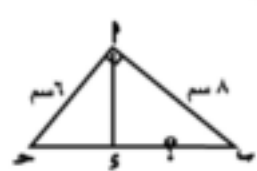


$\triangle ABC$ فيه S منتصف $\overline{AB}$ ، H منتصف $\overline{AC}$

برهن أن:

أولاً : مساحة $\triangle ABC =$ مساحة $\triangle HBS$

ثانياً : $\overline{HS} \parallel \overline{BC}$



[٥] (١) في الشكل المقابل :

$\triangle ABC \sim \triangle ASB$ ، $\angle C = ٩٠^\circ$ ، $\angle B = ٦٠^\circ$ ، $AS = ٦$ سم

اثبت أن : $\overline{AS} \perp \overline{BC}$.

وإذا كان : $AB = ٨$ سم ، $AC = ٦$ سم أوجد طول $\overline{BC}$.

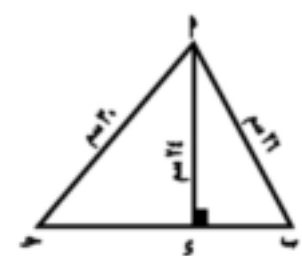
(ب) في الشكل المقابل :

$\triangle ABC$ مثلث ، $\overline{AS} \perp \overline{BC}$ ،

فإذا كان $AS = ٢٤$ سم ، $AB = ٢٦$ سم ،

$AC = ٣٠$ سم .

أوجد BC واحسب مساحة $\triangle ABC$.



س ١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس

(١) مساحة متوازي الأضلاع الذى طول قاعدته ٦ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٤ سم تساوى سم ٢

(١٢، ٢٠، ٢٤، ٤٨)

(٢) المثلث الذى أطوال أضلاعه ٦ سم، ٨ سم، ١٠ سم

(حاد الزوايا، قائم الزاوية، منفرج الزاوية، غير ذلك)

(٣) معين طول قطريه ٦ سم، ١٠ سم تكون مساحته = ... سم

(٦٠، ٣٠، ١٥، ١٠)

(٤) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٨ سم ومساحة سطحه ٥٦ سم ٢

فإن ارتفاعه = ... سم

(٣٢، ٢٤، ٤٤٨، ٧)

٥ جميع متشابهة

(المربعات - المثلثات - المستطيلات - متوازيات الأضلاع)

س ٢ أكمل ما يلى:

(١) مسقط نقطة على مستقيم معلوم هو

(٢) إذا كان أ ب ج مثلثا منفرج الزاوية فى ب فإن (أ ج) ° (أ ب) ° + (ب ج) °

(٣) مربع طول قطره ٨ سم تكون مساحته = ... سم ٢

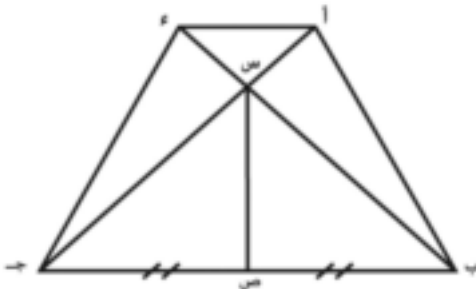
(٤) المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة رأساهما على مستقيم يوازي القاعدة

(٥) مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \times \text{الارتفاع المناظر لها}$.



س ٣ صل من العمود (i) بما يناسبه من العمود (ب)

(ب)	(i)
• ب ه ج	(١) في الشكل المقابل يكون أ ج = ... سم
• ٢, ٤	(٢) في الشكل المقابل مساحة $\triangle أ ه ع$ = ... مساحة $\triangle$ = ...
• متطابقين	(٣) في الشكل مساحة $\triangle أ ب ع$ = مساحة $\triangle$ = ...
• ٣, ٦	(٤) إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين = ١ فإن المثلثين
• أ ج ع	(٥) طول مسقط أ ب على ب ج = ... سم



س ٤ في الشكل المقابل

مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ع ج ص س

أكمل البرهان

لإثبات أن $\overline{أ ع} \parallel \overline{ب ج}$

المعطيات:

المطلوب:



البرهان: $\therefore$ $\overline{س ص}$ متوسط في $\triangle س ب ج$

① $\therefore$ مساحة $\triangle س ب ج$ = ... = مساحة $\triangle س ب ه$

② $\therefore$ مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ه ج ص س

بطرح ① من ②

$\therefore$ مساحة $\triangle س ب ج$ = ... = مساحة $\triangle س ب ه$

بإضافة مساحة $\triangle أ ب ه$ س للطرفين

$\therefore$ مساحة $\triangle س ب ج$ = ... = مساحة $\triangle س ب ه$

$\therefore$ $\overline{أ ب} \parallel \overline{ه ج}$

س ه في الشكل المقابل



$\triangle أ ب ج \sim \triangle أ ه ه$

$\angle أ ه ه = \angle أ ب ج$

$أ ه = ٣$ سم، $ه ج = ٤$ سم، $ب ه = ٥$ سم

$ب ج = ٨$ سم

أكمل لإيجاد طول كل من ه ه، ه ج

الحل: $\therefore \triangle أ ب ج \sim \triangle أ ه ه$

$\therefore \frac{أ ج}{ه ج} = \frac{أ ه}{ه ه} = \frac{٨}{٤}$

$\therefore \frac{أ ج}{أ ه} = \frac{ه ج}{ه ه} = \frac{٨}{٤}$

$\therefore$ ه ه = ... ، أ ج = ... ، ه ج = ...



المقاس	$82 \times 57 \frac{1}{8}$
عدد الصفحات بالغلاف	٧٦ صفحة ٤ لون ٥٦ صفحة واحد لون
ورق المتين	٧٠ جرام
ورق الغلاف	كوشيه ١٨٠ جم
ألوان الغلاف	٤ لون
رقم الكتاب	٤٣٣/١٠/٣/٢٢/٢/٣٠

<http://elearning.moe.gov.eg>

